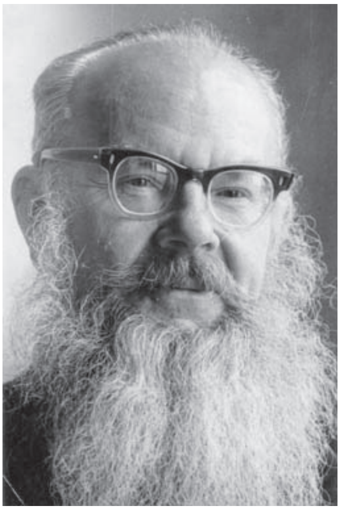
Интернет-олимпиада по математике и криптографии им. И.Я. Верченко



В сентябре 2007 года исполняется 100 лет со дня рождения выдающегося советского математика, криптографа и педагога Ивана Яковлевича Верченко. В честь этого события Благотворительный фонд им. И.Я. Верченко и Клуб 4Ф при поддержке Лаборатории Касперского и компании «СТЭЛ-компьютерные системы», сайта cryptolymp.ru проводят 9 сентября Интернет-олимпиаду для школьников 8–11-х классов. (Допускается участие школьников и более младших классов.)

Участие в олимпиаде может быть как индивидуальным, так и командным. При выполнении заданий олимпиады разрешается использование любой литературы, осуществление поиска в сети Интернет, использование калькулятора и компьютера. Участие в олимпиаде бесплатное. Для участия в олимпиаде необходим компьютер с выходом в Интернет.

Регистрация участников открывается 15 июля и заканчивается 9 сентября в 9:50 на сайте http://Verchenko100.ru. До проведения олимпиады зарегистрированные участники будут иметь возможность поработать с системой в тестовом режиме.

Задания олимпиады соответствуют предметным областям «математика» и «информатика», особенностью олимпиады являются задачи, посвященные вопросам защиты информации (криптография и ее история, информационная безопасность).

Часть заданий имеет форму тестов с выбором ответа или кратким ответом и предназначена для автоматической проверки. Остальные задачи предполагают оформление решения в традиционной форме и проверяются «вручную». Для таких задач потребуется текстовый редактор или сканер.

Победители олимпиады (как в личном, так и в командном зачете) будут определены в двух номинациях: экспресс-конкурс (учитываются результаты по заданиям, допускающим автоматическую проверку) и традиционный конкурс (в нем учитываются все задания). Результаты будут опубликованы на сайте олимпиады.

Победители награждаются ценными призами, дипломами, похвальными грамотами, книгами по математике и ее приложениям в области защиты информации. Специальные призы предусмотрены для учителей победителей.

Контактные координаты оргкомитета:
e-mail: 090907@Verchenko100.ru;
телефон: (495) 931-3422.

В ЭТОМ ВЫПУСКЕ

ВНИМАНИЕ, АНОНС!

Читайте в № 16 газеты «Математика»

В. Болотов
Становление общероссийской системы оценки качества образования
Статья руководителя Рособрнадзора

Н. Злыгостева
Надо учить учиться самостоятельно
И. Волкова
Мой опыт подготовки к аттестации
Учителя делятся опытом планирования подготовки учащихся к различным видам аттестации

П. Семенов
Кому нужен демонстрационный вариант ЕГЭ?
Этой статьей открываем новую рубрику «Догматы ЕГЭ»

А. Рубцов
Еще один полуправильный многогранник?
И. Смирнова, В. Смирнов
Что такое «полуправильный многогранник»
Читатель нашел новый полуправильный многогранник. Так ли это? Разбираются специалисты

#14
1 июня— 31 августа 2007 г.

Электронный информационный спутник газеты «Математика»

Завершилась XXXIII Всероссийская олимпиада

Несмотря на значительное распространение различных математических соревнований, к сожалению, не так много у нас в стране городов, которые знают толк и умеют достойно провести такое масштабное мероприятие, каким является заключительный этап Всероссийской олимпиады школьников. И

это почти уникальное свойство уже не в первый раз демонстрирует Майкоп — столица Адыгеи. Маленькая южная республика сумела согреть ребят и взрослых, съехавшихся почти из всех регионов страны, не только солнечным теплом, но и теплотой сердец своих жителей. Любой успех определяют люди, поэтому правильно было бы назвать тех, кто обеспечил этот успех: председатель жюри Д.К. Мамий — декан факультета математики и компьютерных наук Адыгейского госуниверситета, С.И. Монастырский — директор лицея № 35 г. Майкопа, в котором проходили туры олимпиады, Ю.Т. Мамышев — региональный координатор Всероссийской олимпиады школьников. Конечно, не обошлось без помощи руководителей образованием республики: министра образования и науки Р.А. Беданокова и его заместителя Н.И. Кабановой.

Олимпиада прошла при серьезной поддержке строительной компании «ЛАЗАРОС», компьютерной фирмы «Инкей» и фирмы «Делотехника». Что такое провести олимпиаду при действующем положении, когда олимпиада проходит весной, а деньги приходят только осенью, — знает лишь тот, кому приходилось этим заниматься. Надо купить призы для победителей, сувениры для всех участников, уговорить владельцев потенциальных мест проживания подождать денег (и это накануне лета!), арендовать транспорт на целую неделю для ежедневных перевозок более 300 человек. И это ведь не всё! Есть еще культурная программа, торжественные открытие и закрытие и прочее и прочее. Наверное, поэтому волонтеров на проведение олимпиад с каждым годом все меньше: мероприятие, конечно, престижное, но расплачиваться приходится «по гамбургскому счету». Но в этом году всё было организовано на редкость удачно.

Как всегда, в состав жюри пришло молодое пополнение – недавние школьники-победители международной олимпиады (непосвященный зритель никогда не отличил бы их от участников). Надо сказать, что когда жюри во время открытия стояло в полном составе на сцене драматического театра, смотрелось оно чрезвычайно колоритно: умудренные жизненным и олимпиадным опытом аксакалы и закаленная в олимпиадных баталиях молодежь, идущая им на смену. Глядя на это, понимаешь — если ребята не хотят расставаться с теми, кто их учил и воспитывал, готовы придумывать новые задачи, участвовать в работе жюри и подготовке сборной команды, значит, у олимпиады есть будущее!

Еще одним фактом, вселяющим оптимизм, является то, что впервые в этом году для участия в заключительном этапе олимпиады были приглашены восьмиклассники. Это вполне оправданно, так как интерес к олимпиаде большой, участников много, а, как известно, математические способности проявляются достаточно рано. Что ж, пусть ребята приобретают соревновательный опыт, а те, кто отвечает за отбор национальной сборной, пусть присматриваются к ним, находят «звездочек», которые будут отстаивать честь нашей страны на международной олимпиаде.

Предлагаем и вам одну из задач олимпиады, с которой пришлось «побороться» восьмиклассникам. Авторами этой задачи являются Арсений Акопян и Илья Богданов.

Задача. Фокусник Арутюн и его помощник Амаяк собираются показать следующий фокус. На доске нарисована окружность. Зрители отмечают на ней 2007 различных точек, затем помощник фокусника стирает одну из них. После этого фокусник впервые входит в комнату, смотрит на рисунок и отмечает полуокружность, на которой лежала стертая точка. Как фокуснику договориться с помощником, чтобы фокус гарантированно удался?

О «звездочках» хочется рассказать особо. В этом году нельзя не отметить Виктора Омельяненко — восьмиклассника из Белгорода, который более чем на равных соревновался с десятиклассниками — он показал второй результат и был отмечен дипломом первой степени (в прошлом году у него был диплом второй степени среди десятиклассников).

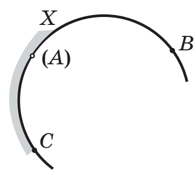
Единоличным победителем среди одиннадцатиклассников стал Алексей Есин, показавший абсолютный результат — 56 баллов. Очень приятно, что живет и учится он не в областном центре, а в станице Старонижестеблиевская Краснодарского края. Это доказывает, что не только ЕГЭ позволяет сельским ребятам реализовать свои математические способности, но и олимпиада, хотя достичь серьезных результатов здесь намного сложнее, так как требуется специальная подготовка и знания, не входящие в школьную программу.

В церемонии закрытия олимпиады принял участие Президент Республики Адыгея А.К. Тхакушинов, который поздравил победителей и наградил ноутбуками А. Есина и девятиклассника Бориса Глюза, показавшего лучший результат среди учащихся Республики Адыгея. Участники олимпиады, проявившие себя в оригинальном решении отдельных задач, были отмечены специальными призами от Адыгейского государственного университета.

Немного статистики: в олимпиаде приняли участие 251 учащийся из 40 регионов России, а также традиционные гости из Китая и Болгарии; китайские школьники были отмечены четырьмя дипломами первой степени и двумя дипломами второй степени, болгарские — двумя дипломами второй степени и одним диплом третьей степени.

Сформирован состав сборной России, которая поедет на международную олимпиаду по математике. В нее вошли Есин Алексей (Краснодарский край), Волков Владислав (Санкт-Петербург), Илюхина Мария (Москва), Матвеев Константин (Омск), Дроздов Сергей (Санкт-Петербург), Митрофанов Иван (Московская область, Коломна). Международная олимпиада пройдет во Вьетнаме с 19 по 31 июля. Пожелаем ребятам удачи!

Решение задачи про фокусника. Приведем один из возможных вариантов договоренности. Рассмотрим 2007 дуг, на которые разбили окружность отмеченные точки. Пусть дуга AB — наибольшая из них (если их несколько, то возьмем любую), и пусть эта дуга лежит по часовой стрелке от точки A (и против часовой — от точки B). Тогда помощник должен стереть точку A.



Покажем, что фокусник сможет указать полуокружность, на которой находится стертая точка. Войдя в комнату, он увидит окружность, разбитую на 2006 дуг. Ясно, что стертая точка будет находиться на наибольшей из дуг (она уже единственная, так как наибольшая дуга после стирания ее конца увеличилась). Более того, если сейчас наибольшая дуга — $\cup CB$ (и она находится по часовой стрелке от C), то $\cup AB \geq \cup CA$ (см. рис.). Поэтому, если X — середина дуги CB, то A лежит на дуге CX. Поэтому фокусник может выделить полуокружность, находящуюся по часовой стрелке от C (она содержит дугу CX).

Победители и призеры XXXIII Всероссийской олимпиады школьников по математике

11 класс

Диплом I степени

1. *Есин Алексей*, Краснодарский край ст. Старонижестеблиевская, СОШ № 55.

А. Есин и М. Илюхина

Диплом II степени

1. *Волков Владислав*, г. Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239 (10-й класс).
2. *Илюхина Мария*, Москва, лицей «Вторая школа».
3. *Матвеев Константин*, г. Омск, лицей № 66.
4. *Дроздов Сергей*, Санкт-Петербург, лицей «Физико-техническая школа» НОЦ ФТИ им. А.Ф. Иоффе.
5. *Митрофанов Иван*, Московская область, г. Коломна, гимназия № 2.
6. *Лысов Михаил*, Москва, лицей «Вторая школа».
7. *Сафин Станислав*, г. Краснодар, лицей Института современных технологий и экономики.
8. *Лишанский Андрей*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239.
9. *Логунов Александр*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239.
10. *Селлярская Анна*, Московская область, г. Черноголовка, СОШ № 82 им. Дубовицкого.
11. *Ярушин Дмитрий*, г. Челябинск, лицей № 31.
12. *Арутюнов Владимир*, Москва, «Московская гимназия на Юго-Западе № 1543».

Диплом III степени

1. *Остроумова Людмила*, г. Ярославль, СОШ № 33 им. К. Маркса с углубленным изучением математики.
2. *Воробьёв Сергей*, г. Киров, Кировский физико-математический лицей.
3. *Мартемьянов Роман*, г. Барнаул, СОШ № 107.
4. *Баранов Эдуард*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239.
5. *Лурье Денис*, Московская область, г. Жуковский, гимназия № 1.
6. *Михайловский Никита*, г. Челябинск, лицей № 31.
7. *Чмутин Георгий*, Москва, «Пятьдесят седьмая школа».
8. *Авилов Артем*, Москва, «Пятьдесят седьмая школа».
9. *Викулаев Павел*, Ярославская область, г. Рыбинск, лицей № 2.
10. *Малеев Андрей*, Челябинская область, г. Снежинск, гимназия № 127.
11. *Руденко Даниил*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239.
12. *Фельдман Григорий*, г. Новосибирск, гимназия № 1.
13. *Кожин Евгений*, Московская область, г. Долгопрудный, СОШ № 5 с углубленным изучением математики, физики, информатики.
14. *Коровкин Михаил*, г. Ижевск, Ижевский естественно-гуманитарный лицей «Школа-30».
15. *Руденко Наталья*, г. Киров, Кировский физико-математический лицей.
16. *Хайруллин Равиль*, г. Челябинск, лицей № 31.
17. *Чувашов Сергей*, г. Киров, Кировский физико-математический лицей.
18. *Шмаров Владимир*, Нижегородская область, г. Саров, лицей № 15.
19. *Погудин Глеб*, Москва, специализированный учебно-научный центр им. А. Н. Колмогорова (МГУ).
20. *Миссарова Алсу*, Республика Татарстан, г. Казань, Лицей им. Н.И. Лобачевского при КГУ.

10 класс

Диплом I степени

1. *Ардинарцев Никита*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239.
2. *Горинов Евгений*, г. Киров, Кировский физико-математический лицей.
3. *Кевер Михаил*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239.
4. *Омельяненко Виктор*, г. Белгород, лицей № 38 (8-й класс).
5. *Бабичев Дмитрий*, Московская область, г. Долгопрудный, СОШ № 5 с углубленным изучением математики, физики, информатики.
6. *Кудык Никита*, г. Омск, СОШ № 117 с углубленным изучением отдельных предметов.

Диплом II степени

1. *Бойкий Роман*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239.
2. *Янушевич Леонид*, Москва, Дистанционная школа «i-школа».
3. *Поляков Владимир*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239.
4. *Бажов Иван*, г. Екатеринбург, гимназия № 9.
5. *Андреев Михаил*, Москва, «Пятьдесят седьмая школа».

Диплом III степени

1. *Машковский Артем*, г. Челябинск, лицей № 31.
2. *Распопов Алексей*, г. Ростов-на-Дону, физико-математический лицей № 33.
3. *Шамшурин Алексей*, Удмуртская Республика, г. Ижевск, гуманитарно-естественный лицей № 41.
4. *Архипов Дмитрий*, г. Ярославль, СОШ № 33 им. К. Маркса с углубленным изучением математики.
5. *Калачёв Глеб*, Москва, лицей «Вторая школа».
6. *Семенов Иван*, Московская область, г. Долгопрудный, СОШ № 5 с углубленным изучением математики, физики, информатики.
7. *Титов Иван*, г. Екатеринбург, гимназия № 9.
8. *Хасанов Тимур*, Республика Татарстан, г. Казань, физико-математический лицей № 131.
9. *Ромаскевич Елена*, Москва, «Московская гимназия на Юго-Западе № 1543».

9 класс

Диплом I степени

1. *Ерохин Станислав*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239 (8-й класс).
2. *Брагин Владимир*, Челябинская область, г. Снежинск, гимназия № 127.

Диплом II степени

1. *Ненашев Глеб*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239.
2. *Погорелов Дмитрий*, г. Нижний Новгород, лицей № 165 им. 65-летия ГАЗ.
3. *Гусев Даниил*, Нижегородская область, г. Дзержинск, СОШ № 2 с углубленным изучением предметов физико-математического цикла.
4. *Орлов Олег*, г. Пермь, СОШ № 146 с углубленным изучением математики, физики и информатики.
5. *Шабалин Филипп*, г. Киров, Кировский физико-математический лицей.
6. *Бочкарёв Михаил*, г. Пермь, СОШ № 9 им. А.С. Пушкина с углубленным изучением предметов физико-математического цикла.
7. *Глюз Борис*, Республика Адыгея, г. Майкоп, гимназия № 22.
8. *Нижибицкий Евгений*, г. Краснодар, СОШ № 73.
9. *Русских Марианна*, Санкт- Петербург, физико-математический лицей № 239.
10. *Семёнов Александр*, Республика Башкортостан, г. Белорецк, Белорецкая компьютерная школа.
11. *Царьков Олег*, Москва, лицей «Вторая школа».
12. *Кондакова Елизавета*, Москва, лицей «Вторая школа».
13. *Попов Леонид*, г. Пермь, СОШ № 146 с углубленным изучением математики, физики и информатики.
14. *Черкашин Данила*, Санкт-Петербург, лицей № 533.
15. *Кушнир Андрей*, г. Иркутск, лицей № 2 (8-й класс).
16. *Савенков Кирилл*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239 (8-й класс).
17. *Савчик Алексей*, Москва, «Пятьдесят седьмая школа».

Диплом III степени

1. *Климовицкий Иосиф*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239 (8-й класс).
2. *Лукьянец Евгений*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239.
3. *Горбачёва Ирина*, г. Краснодар, СОШ № 64 (8-й класс).
4. *Гусев Антон*, г. Омск, лицей № 64.
5. *Кузнецов Ростислав*, г. Киров, Кировский физико-математический лицей.
6. *Радонец Алексей*, г. Краснодар, лицей Института современных технологий и экономики.
7. *Тыщук Константин*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239 (8-й класс).
8. *Устинов Никита*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239 (8-й класс).

8 класс

Диплом I степени

1. *Ивлев Федор*, Москва, «Московская гимназия на Юго-Западе № 1543».
2. *Матдинов Марсель*, г. Оренбург, гимназия № 1.

Диплом II степени

1. *Медведь Никита*, Москва, лицей «Вторая школа».
2. *Мокин Василий*, г. Саратов, физико-технический лицей № 1.
3. *Блинов Андрей*, Москва, школа-интернат «Интеллектуал».

Диплом III степени

1. *Бондаренко Михаил*, Санкт-Петербург, физико-математический лицей № 239.
2. *Юдин Сергей*, г. Вологда, Вологодский многопрофильный лицей.
3. *Голова Анна*, г. Краснодар, СОШ № 74.
4. *Исаак Евгений*, г. Курган, СОШ № 38.
5. *Печина Анна*, Московская область, г. Долгопрудный, СОШ № 5 с углубленным изучением математики, физики, информатики.
6. *Пивень Никита*, Республика Адыгея, г. Майкоп, СОШ № 8.
7. *Беляков Сергей*, г. Омск, лицей № 64.
8. *Кондратьев Михаил*, Республика Адыгея, г. Майкоп, гимназия № 22.
9. *Курносов Артем*, Республика Татарстан г. Нижнекамск, лицей-интернат № 24.
10. *Сергиенко Ярослав*, г. Краснодар, лицей Института современных технологий и экономики (7-й класс).
11. *Степанов Борис*, г. Екатеринбург, гимназия № 9.
12. *Южанин Денис*, г. Киров, Кировский физико-математический лицей.
13. *Довгалюк Екатерина*, г. Нижний Новгород, лицей № 165 им. 65-летия ГАЗ.

Материал и фото ***Л. РОСЛОВОЙ***

А. СГИБНЕВ, Д. ШНОЛЬ,
Москва

Исследовательские задачи при обучении математике в школе «Интеллектуал»

Математика — это человеческая деятельность; сравнительная ценность задач и правильный их выбор в математике гораздо более важны, чем способность совершать сложные действия в уме.

А. Звонкин. Малыши и математика

Что означает владение математикой? Это есть умение решать задачи, причем не только стандартные, но и требующие известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности, изобретательности.

Д. Пойа. Математическое открытие

Зачем нужны исследовательские задачи

При исследовании научной проблемы важен не только результат, «ответ» к данной задаче, но и изобретенный по ходу решения метод, которым иногда удается решить много других задач. Если повезет, накопленные результаты и методы складываются в единое целое — новую математическую теорию. Получаем цепочку развития реального исследования: задача — решение — метод — теория.

При обучении же в школе (да и в университете) последовательность, как правило, обратная: ученику излагают в готовом виде теорию, из нее выводят методы решения, а потом предлагают решить ряд задач для овладения методом и усвоения теории. Редко перед школьником или студентом сразу ставят новую задачу, метод решения которой ему неизвестен; еще реже просят ученика самого поставить новую задачу.

Итак, изучать материал можно в двух противоположных направлениях: «от задач» и «от теории». Сравним эти способы по нескольким параметрам.

Время. Способ «от теории» требует гораздо меньше времени на *формальное* овладение материалом, так как сразу отсекает ложные и тупиковые ходы.

Надежность. Способ «от задач» срабатывает далеко не всегда и не со всеми, так как требует от ученика постоянной активности. Способ «от теории» гораздо надежнее.

Системность. При изучении части законченной теории есть возможность сразу расставить верные акценты, выделить существенные связи. При самостоятельном построении теории «от задач» системные связи внутри теории не всегда сразу видны, пропорции важного/второстепенного могут быть нарушены.

Традиция также на стороне способа «от теории», достаточно посмотреть структуру любого учебника по математике.

Особняком стоит «метод листочков», при котором учитель не объясняет теоретический материал, и ученик изучает тему, самостоятельно решая *заданную* ему последовательность задач. «Метод листочков» имеет существенные преимущества перед традиционным обучением, однако и он отражает далеко не все стороны реального научного исследования.

> Мне думается, что при выработке методов преподавания решение задач-проблем... может быть широко использовано... Перед тем, как решать крупную научную проблему, ученым надо уметь ее решать в малых формах. (*П. Капица*)

Когда ученый строит новую теорию, большую роль играет его умение *выбирать* значимые факты и перспективные направления (Пуанкаре считал, что это умение основано на эстетическом чувстве). Когда теорию дают ученику в готовом виде, это умение не развивается, поскольку выбирать почти ничего не приходится. Обучая «от теории», мы воспитываем «пользователя» науки, который может успешно *применять* известные методы решения в известных ситуациях. Обучая «от задач» — воспитываем «творца» науки, способного *изобретать* новые методы решения, ставить новые задачи. Таким образом, для детей, одаренных в математике, появляется новая возможность: углубляться не за счет пассивного изучения более сложной теории, а за счет активной самостоятельной работы при изучении того же самого материала.

Если ученик не освоил ни одной темы способом «от задач», нельзя сказать, что он понимает, *как устроена* математика. Если видел лес только с шоссе, то, войдя в него, тут же заблудишься.

> Школьник получает свою задачу в готовом виде от учителя или из учебника... Между тем для математика выбор задачи является, возможно, самым важным шагом: он должен придумать, должен найти задачу, которая бы привлекала его и заслуживала бы его усилий, но в тоже время не оказалась для него непосильной.
>
> (*Д. Пойа*)

Конечно, обучение «от задач» гораздо более индивидуально, чем обучение «от теории». Поэтому на урочных занятиях могут быть введены только некоторые элементы такого обучения. (Подробнее об обучении «от задач» собственно на уроках см. статью А. Сгибнева в этом номере.)

Мы опишем особый жанр учебной работы, в котором реализуется способ обучения «от задач». Мы называем его так: жанр учебных исследовательских задач. Подчеркнем, что в нашем понимании работа над исследовательской задачей — не украшение, а существенная компонента математического образования одаренных школьников.

Исследовательские работы ведутся в школе «Интеллектуал» в течение трех лет. В данной статье мы попытались суммировать и осмыслить свой опыт работы в этой области.

Как работает ученик

1. Ученик выбирает тему

Темы (исследовательские задачи) вывешиваются в начале года; каждый может выбрать что-то из списка или предложить собственную тему (у нас это редкий случай). Если задача кажется ученику недостаточно ясной по формулировке, он находит учителей и задает им уточняющие вопросы (иногда его отсылают к автору задачи).

2. Ученик выбирает руководителя

К некоторым темам руководитель «прикреплен» изначально, по другим темам можно выбрать руководителя по вкусу. У нас очень часто в качестве руководителя дети выбирают НЕ своего учителя. Естественно, руководитель может не согласиться работать с желающим учеником по выбранной теме, хотя у нас таких случаев пока не было.

3. Ученик разбирается в задаче

Задача почти всегда сформулирована так, чтобы можно было самостоятельно начать ее решать в некоторых частных случаях, при малых значениях параметра и т.д. При первой договоренности о сотрудничестве руководитель говорит примерно следующее: «Когда сделаешь в задаче все, что сразу сможешь, придешь показать — обсудим».

4. Ученик читает литературу «вокруг» задачи

Здесь все зависит от решаемой задачи и от осведомленности руководителя. Иногда руководитель может порекомендовать книгу или статью, иногда ученик ищет необходимую литературу сам. Главное, что у него *нет обязанности* что-то изучить по теме, он обращается к литературе тогда, когда все собственные резервы исчерпаны, а решение не найдено.

5. Ученик решает задачу (часть задачи)

Самый индивидуальный пункт, работа над задачей проходит очень по-разному. Об этом смотри ниже несколько историй.

6. Ученик оформляет решение

Для многих это трудная часть. Прекрасно, когда текст пишется по ходу работы и сразу обсуждается с руководителем. Такие случаи у нас бывали. Но более частый вариант такой: текст пишется в последние несколько дней, тогда руководитель читает и критикует его в спешном порядке. Иногда текст правится совместно учеником и руководителем — это тоже форма обучения.

7. Ученик готовится к устному выступлению

Здесь роль руководителя велика. Как правило, создание плана выступления и его репетиция — это совместное творчество ученика и руководителя. Руководители рекомендуют ученикам еще прорепетировать свой доклад дома или в группе друзей, что часто и происходит.

8. Ученик выступает и отвечает на вопросы при отчете о своей работе

Довольно часто при обсуждении работы слушатели выдвигают новые гипотезы или предлагают другие пути решения задачи. Автор работы, с одной стороны получает эмоциональный заряд от заинтересованности коллег к его работе, с другой стороны в свете критических замечаний начинает иначе видеть свою работу или сделанный им доклад.

Как работает руководитель

Во-первых, нужно описать, что руководитель НЕ делает.

1. Руководитель не подсказывает прямо хода решения, если этот ход ему известен.

2. Руководитель не мешает ученику двигаться в выбранном направлении решения, даже если руководителю кажется, что путь заведомо ложный (кстати, бывает, что руководитель в этом ошибается).

3. Руководитель не требует изучения определенной литературы, а только советует, что может ученику помочь.

4. Руководитель не ставит жестких промежуточных сроков и подстраивается под ритм работы, удобный ученику. Некоторые дети работают над темой регулярно, некоторые — урывками, откладывая проблему на 2–3 недели; главное, чтобы ученик нашел свой ритм исследовательской работы.

Руководитель работает с учеником как с младшим коллегой, помогая ему, если есть просьба о такой помощи, и на равных обсуждая возникающие проблемы. Вести работу в таком стиле проще, если руководитель сам не знает полного решения задачи или хотя бы решения теми средствами, которыми владеет ученик.

Зачем нужны доклады

Желание поделиться своими открытиями — это очень естественное желание. При этом хорошо, когда тебя выслушивает человек заинтересованный и хорошо понимающий. Контрольная функция доклада по возможности должна быть сведена к минимуму. Доклад на секции — не экзамен, а награда. Не всякого допускают выступать на секции, но это не влечет за собой никаких отрицательных последствий. Тех, кто хорошо, творчески поработал, нужно поощрить, остальных оставить в покое.

Тем не менее работа над докладом — очень важная часть всей работы над исследовательской задачей. В докладе важно совместить две довольно разные вещи: увлекающий слушателей рассказ о собственных поисках, заблуждениях и удачах и строгое системное изложение полученных результатов с доказательствами. Нужно избегать обеих крайностей: как сухого изложения последовательности лемм и теорем, так и бессистемного рассказа «что я делал», в котором не подчеркнуты основные идеи и методы. Если до доклада ученик работает над *своей* задачей и в этой работе у него есть свои особые внутренние связи, привычные обозначения, удобный ему лаконизм и набор методов и ассоциаций, то теперь ему нужно изложить задачу *другим:* выстроить работу логически, подобрать понятные обозначения и термины, сделать необходимые акценты и пояснения. Многие люди (и дети, и взрослые), решив задачу, достаточно быстро к ней остывают, поэтому для них написание текста и подготовка к докладу — важный этап обучения тому, что дело нужно довести до конца, даже если ты к нему уже остыл.

Время докладов на секции — это время сбора урожая. Поэтому чрезвычайно важно, чтобы это время всеми ощущалось как праздник. Это, конечно, в первую очередь зависит от настроя взрослых и их манеры ведения секции.

> Умению пользоваться консультацией ученому так же необходимо научиться, как и умению пользоваться литературой. При научной работе советы и беседы с товарищами и руководителями необходимы для успеха работы, и к этому тоже надо приучать с самого начала работы.
>
> (*П. Капица*)

Откуда берутся темы

> Помните: «Тиха украинская ночь»? Вот и задачи должны быть такими же.
>
> *А. Александров*

В некотором смысле темы исследовательских работ приходят сами. Бывает, что тема вырастает из кружковой или олимпиадной задачи, бывает, что она неожиданно возникает при подготовке к уроку или на самом уроке. Тема работы — это задача с перспективой, с продолжением, иными словами — это серия таких задач, которые естественно получаются из некоторой задачи обобщением, увеличением параметра и т.д. Обычно первые задачи из серии решаются сравнительно легко. Затем разные ученики доходят до разных степеней общности, каждый останавливается там, докуда смог добраться сам (а не там, куда его доставил на «вездеходе» учитель). В этом движении постоянно приходится выбирать направление следующего шага, то есть развивать важнейшее для математика умение (эстетическое чувство, о котором говорил Пуанкаре).

При таком движении активно используется индукция и аналогия: рассматриваем несколько частных случаев, угадываем закономерность, ставим аналогичную задачу. Здесь оказывается плодотворным взгляд на математику как науку *экспериментальную*, который практически игнорируется школьной традицией (подробнее об экспериментальной математике см. газету «Математика», 2007, № 3).

Заметим, что наши постановки задач, как правило, понятны ученику без предварительной подготовки — мы стараемся отталкиваться от известного.

Несколько конкретных историй

Чтобы передать дух и атмосферу работы над исследовательскими задачами, мы решили описать несколько конкретных историй.

А. Сгибнев. **Как возникали темы**

Сережа Злобин (6-й класс) на кружке долго не мог решить задачу о разрезании на полоски 1×3 квадрата 8×8 без угловой клетки. Дома он взялся за дело всерьез и полностью исследовал разрезание квадрата $2^n \times 2^n$ без угловой клетки на такие полоски. Оказалось, что результат зависит от остатка при делении n на 3. Задача несложная, но при решении понадобились разнообразные методы — делимость, раскраска, перебор, и получились результаты, априори неочевидные. В итоге на докладах работа смотрелась очень неплохо. К тому же задачу ученик поставил сам.

Другая тема появилась в ходе обсуждения задачи о построении пятиугольника по серединам его сторон (непростой, но учебной). Аналогичная задача для треугольника была, что называется, «на слуху»; и так возникла тема исследования: восстановить многоугольник по серединам его сторон, исследовать количество решений (Краснер Паша, 9-й класс; интересно, что результаты существенно разные для четного и нечетного количества сторон).

Отдельные законы и факты могут устареть и забыться, метод не забывается никогда, ибо им равно построяются и старые и новые законы и факты. Но метод не есть и нечто отдельное от опыта, от законов и фактов, могущее быть усвоенным независимо от них. Только в своей созидающей опыт действенности, в своем применении к данным опыта может быть метод усвоен. (*С. Гессен*)

Д. Шноль. **Задача про «пифагоров кирпич»**

В томе «Математика» энциклопедии издательства «Аванта+» я прочел, что до сих пор неизвестно, существует ли «пифагоров кирпич» — прямоугольный параллелепипед с целыми ребрами, диагональю и диагоналями граней. Пример параллелепипеда, у которого нецелые только две диагонали боковых граней, легко найти (ребра 3, 4, 12): $13^2 = 3^2 + 4^2 + 12^2$, при этом $3^2 + 4^2 = 5^2$. Мне показалось, что было бы интересно поработать с такими параллелепипедами, а также попытаться найти те параллелепипеды, у которых диагональ только одной грани нецелая (мы их назвали «слабыми по одной грани»). В таком виде и была вывешена тема для исследовательской работы в начале года. Сам я в ней разбираться не пытался, так что мог работать наравне с учеником, который ее выберет. К моему удивлению, ее выбрал пятиклассник Алеша Рухович и сумел за год существенно продвинуться.

Во-первых, используя формулы для пифагоровых троек, Алеша вывел общую формулу для «пифагорова кирпича, слабого по двум граням». О пифагоровых тройках он сам прочитал в одной из популярных книг, а потом применил их на деле. Сделать это несложно, но очень важна самостоятельность. Во-вторых, он написал программу, которая нашла несколько примеров «пифагорова кирпича, слабого по одной грани». Мы вместе всматривались в эти примеры, но особых закономерностей не обнаружили. Тогда Алеша снова использовал формулы для пифагоровых троек, получил некоторое уравнение четвертой степени в целых числах, решение которого и дает ответ. Как решить такое уравнение, мы не знали, и казалось, это был тупик. Тогда Алеша сам предложил попробовать поработать с делимостью. Известно, что во взаимно простых пифагоровых тройках одно число четное, а два других — нечетные. Алеша исследовал, какими могут быть взаимно простые целые числа, задающие ребра «пифагорова кирпича», с точки зрения делимости на степени двойки. Результат оказался довольно интересным: одно число должно быть нечетным, второе — делиться на 4, но не делиться на 8, третье — делиться на 8. На этом закончился первый год исследований, при этом бывали длительные периоды (до месяца), когда исследование «буксовало». Во время работы над темой инициатива того или иного хода решения почти всегда исходила от ученика, я, как правило, выступал только как квалифицированный слушатель. Времени и сил, чтобы самому подробно разбираться в задаче, у меня не было, и это было только к лучшему: Алеша смог получить полное удовольствие от собственных открытий. Работа Алеши была принята к докладу на Колмогоровских чтениях, и он был отмечен как самый молодой участник.

А. Сгибнев. **Две исследовательские работы**

Я расскажу о двух работах (или одной, как считать), показательных во многих отношениях. Все началось с того, что шестиклассник Володя Иванов взял задачу об аликвотах — обыкновенных дробях с числителем 1. Древние египтяне использовали почему-то только такие дроби. Другие дроби представляли в виде сумм аликвот. Сохранился папирус Ахмеса, в котором дроби вида $\frac{2}{2n+1}$ представлялись в виде суммы двух, трех или четырех аликвот. Володя задался вопросом: любую ли дробь такого вида («папирусную») можно представить в виде суммы двух аликвот? Оказалось, что любую, да еще несколькими вариантами. Всегда присутствует, во-первых, тривиальное разложение

$$\frac{2}{2n+1} = \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+1}$$

(которое мы договорились даже не учитывать), во-вторых, еще такое: $\frac{2}{2n+1} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{(2n+1)(n+1)}$ (можно проверить тождество непосредственно). Володя искал разложения на компьютере и открыл, что для многих n есть и другие разложения. Этим закончилось первое полугодие, но тут наш коллега Андрей Олегович подкинул идею посмотреть частоты распределения количеств разложений. Володя обсчитал все дроби с n от 1 до 500. Оказалось, что вполне можно говорить о статистической закономерности: 1, 4, 7, 13 вариантов встречались стабильно больше остальных. Примерно в этот момент я понял, что нашу задачу можно сформулировать так: дано натуральное число h; сколько есть пар натуральных чисел a и b, для которых h является средним гармоническим? Новая формулировка задачи привела, во-первых, к тому, что мы стали исследовать и четные знаменатели (для них закономерности оказались такие же). Во-вторых, была поставлена серия аналогичных задач.

Дано натуральное число r. Сколько существует пар натуральных чисел a, b, для которых r является:

1) средним арифметическим;
2) средним геометрическим;
3) средним квадратичным?

За эти задачи взялся Миша Пядёркин (6-й класс). Но вернемся к Володе. За следующие полгода (третьи!) мы поняли, что количество разложений папирусной дроби в сумму двух аликвот однозначно определяется видом разложения ее знаменателя на простые множители. Наконец, в четвертом полугодии я смог по Володиным таблицам и классификациям угадать общую формулу для количества вариантов. Мне хотелось, чтобы Вова на майском докладе доложил этот результат, но сам он никак до формулы не догадывался, а лишать его открытия было нечестно... Он придумал формулу осенью, а чуть раньше, в августе, корейский учитель Kim Young Won, которому я рассказал нашу гипотезу как пример того, на что способна индукция в школьной математике, дал строгий и простой вывод формулы.

Тем временем Миша легко решил задачу о среднем арифметическом. Решение задачи о среднем геометрическом я знал, поэтому подсказал нужную комбинаторную идею. После этого мы на вторые полгода завязли в задаче о среднем арифметическом *трех* чисел. Сложность была в том, что при подсчете троек чисел мы вводили «ограничения» (как называл их Миша), то есть отождествляли все варианты, получаемые друг из друга перестановкой (например, $1 + 2 + 3$ и $3 + 2 + 1$ считали за один вариант). Поэтому надо было отдельно считать случаи, в которых все три числа различны, в которых два числа совпадают и в которых все три совпадают. Миша проделал всю работу сам с большим энтузиазмом (я только вылавливал ошибки и давал советы). Получились разные ответы для четных и нечетных r.

В задаче о среднем квадратичном даже двух чисел просветов не было видно. Миша сделал для нее компьютерную таблицу разложений (как Вова когда-то), и на этом мы расстались на лето. В начале осени я посмотрел на таблицу и стал догадываться, что к чему. К сожалению, дальнейшее происходило при весьма слабом участии Миши, поэтому скажу кратко: я опять угадал общую формулу и, кажется, могу теперь доказать, что количество вариантов *не меньше*, чем утверждает формула.

Удивительно, что дети могут плодотворно заниматься одной темой по два года и больше! Очевидно, это возможно не с любой задачей, а с задачей, допускающей постепенные продвижения, «вживание» (которого почти никогда не бывает на уроках). А в результате этого «вживания» со временем решаются задачи, к которым вначале совсем не видно подхода. Стоит отметить и большую роль обсуждения задач с коллегами по ходу решения.

P.S. На научно-практической конференции школьников «Интел-Авангард» Миша получил диплом третьей степени, а Володя — похвальную грамоту.

> Если неизменна не истина, а присущий ей путь ее нахождения, если жизнь знания составляет его метод, то очевидно и задача обучения заключается в овладении методом науки как животворящим ее началом. (*С. Гессен*)

Некоторые исследовательские задачи

1. (*Задача Иосифа Флавия.*) По кругу расположены точки с номерами от 1 до n. Точки начинают вычеркивать через одну, считая от первой. Как узнать номер точки, которая останется последней? А если вычеркивать каждую третью точку?

2. Разбойники поймали мудрецов, выстроили их в колонну, надели на каждого черный или белый колпак и спрашивают каждого: какого цвета колпак на нем? Если ответил правильно — отпускают, если ошибся — убивают. Как надо действовать мудрецам, чтобы их спаслось как можно больше? (Мудрец видит только колпаки тех, кто стоит перед ним. Перед тем, как отгадывать цвет своего колпака, мудрецы могут о чем-то договориться.) Обобщить задачу на n цветов колпаков.

3. Есть 10-этажный дом и 2 кокоса, которые можно сбрасывать с любого этажа и можно подбирать. Помогите обезьяне определить, с какого этажа упавшие кокосы начинают разбиваться. Учтите, что обезьяна ленивая и хочет бросать кокосы как можно меньше раз. Обобщить на n этажей и m кокосов.

4. Число 15 можно тремя способами представить в виде суммы последовательных натуральных чисел: $15 = 7 + 8 = 4 + 5 + 6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$. А сколько таких способов для числа 101? Как найти количество способов для произвольного числа?

5. Дано натуральное число. Надо понять, для скольких пар натуральных чисел оно является:

а) средним арифметическим;
б) средним геометрическим;
в) средним квадратичным;
г) средним гармоническим.

6. Как восстановить многоугольник по серединам его сторон? Единственно ли решение? А если рассматривать также невыпуклые многоугольники? А если поделить стороны в отношении $1 : a$?

7. *Свойства шестиугольников.* Равносторонний четырехугольник (ромб) имеет две пары равных углов и перпендикулярные диагонали, равноугольный четырехугольник (прямоугольник) имеет две пары равных сторон и равные диагонали. Найдите и докажите свойства шестиугольников с равными углами, с равными сторонами, с равными соответствующими диагоналями, рассмотрите среди них вписанные и описанные шестиугольники.

8. Построить многочлен с целыми коэффициентами, имеющий корень $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$. Построить многочлен наименьшей степени, обладающий этим свойством (доказать, что степень наименьшая). Обобщить на случай суммы трех корней.

9. *Классификация графиков дробно-квадратичных функций.* Исследовать, какие типы графиков могут получиться, если в числителе и в знаменателе дроби — многочлены степени не выше 2.

10. Последовательность $a_{n+2} = -a_n - a_{n+1}$ ($a_1 = 1$, $a_2 = 1$) является периодической. При каких еще коэффициентах для последовательности

$$a_{n+2} = ka_n + ma_{n+1}$$

получается периодичность? Какой длины может быть период?

11. Если (a_n) — арифметическая прогрессия, то, зная только a_2, можно найти $a_1 + a_2 + a_3$; зная третий член, можно найти сумму первых пяти и т.д. Оказывается, для последовательности Фибоначчи (u_n) (то есть $u_{n+2} = u_n + u_{n+1}$) тоже есть такие свойства. А именно, сумма первых десяти членов однозначно выражается через седьмой член:

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_{10} = 11 \cdot u_7, \qquad (*)$$

причем равенство верно для последовательностей с любыми начальными членами u_1, u_2. Вопросы:

а) нельзя ли найти другие равенства типа (*) (то есть с другими числами вместо 1, 10, 7, 11), верные для всех последовательностей Фибоначчи; если можно, то как связаны эти параметры;

б) нельзя ли построить подобные равенства для других рекуррентных последовательностей (хотя бы вида $u_n = ku_{n-1} + lu_{n-2}$); если можно, то как.

Несколько аннотаций исследовательских работ школьников

Одна задача теории чисел. (Выполнила Безменова Александра, 6-й класс, руководитель — А. Сгибнев.)

Работа посвящена задаче о выразимости натуральных чисел через выражения вида $ax + by$, где a и b — заданные взаимно простые числа, а x и y — целые неотрицательные числа. В первой части задача исследуется индуктивно: делается вывод, что все числа, большие $ab - a - b$, выражаются через комбинации вида $ax + by$, а само это число не выражается. Во второй части этот результат доказывается строго.

Построение многоугольника по точкам, делящим стороны в известном отношении. (Выполнил Краснер Павел, 9-й класс, руководитель — А. Сгибнев.)

Вначале решена частная задача: восстановить многоугольник по серединам его сторон. При решении возникают два случая:

1) Число сторон нечетно. Тогда решение существует и единственно для любого расположения исходных точек. Если исходные точки образуют многоугольник, то решение невырождено.

2) Число сторон четно. Тогда либо решений не существует, либо их бесконечно много (в зависимости от расположения исходных точек).

Общий случай исследован для треугольника. Показано, что решение существует и единственно (с точностью до вырожденности). Указан способ построения для рационального отношения. Выдвинута гипотеза, что решение существует и единственно для n-угольника с любым n, в том числе и с четным. (Если это верно, то случай середин сторон является исключительным.)

Исследование числовых последовательностей, заданных линейным рекуррентным соотношением с постоянными коэффициентами. (Выполнил Власенко Дмитрий, 9-й класс, руководитель — Д. Шноль.)

По аналогии с выводом формулы n-го члена последовательности Фибоначчи выведена формула n-го члена произвольной последовательности, заданной линейным рекуррентным уравнением второго порядка.

Введено понятие взаимно сопряженных последовательностей: таких последовательностей, у которых нечетные члены совпадают, а четные взаимно противоположны. Доказано достаточное условие того, что две последовательности являются взаимно сопряженными.

Найдено и доказано условие того, что последовательность является периодической. Доказано, что все члены периодической последовательности лежат на синусоиде, период которой явно выражен через коэффициенты уравнения.

Введено понятие суммы двух последовательностей, рассмотрены простейшие свойства этой операции.

Работа выполнена при поддержке РГНФ (грант 06-06-00427а)

«РАБОТА НАД ОШИБКАМИ»

№ 3/2007, с. 8.

В списке литературы, начиная с номера 3, нужно увеличить номер каждого пункта списка на 1. При этом ссылки [3, 4] следует заменить на [4].

В электронном адресе автора между mccme и ru пропущена точка, должно быть: sgibnev@mccme.ru

№ 4/2007, с. 19.

В правой части второго уравнения системы (6) должно быть $5\log_{32}\ldots$, а не $2\log_{32}\ldots$

В предложении «...то на этом промежутке единственная точка x_1 такая, что $f(x_1) = g(x_1)$» между словами «промежутке» и «единственная» пропущено слово «существует».

В предложении «Так как $\dfrac{-x_1^3}{(1-x_1)^2} = 2^{x_1} < 2^{-1} < 1$, то $\dfrac{-x_1^3}{(1-x_1)^2} \neq 0$» вместо $\dfrac{-x_1^3}{(1-x_1)^2} \neq 0$ должно быть $\dfrac{-x_1^3}{(1-x_1)^2} \neq 1$.

И. РУБАНОВ,
г. Киров

ЛМШ: вчера, сегодня, навсегда...

Уважаемые читатели! Этот номер посвящен одной из важнейших форм внешкольной работы с математически одаренными детьми — летним математическим школам (ЛМШ). Организаторы и преподаватели ЛМШ расскажут вам об их истории, принципах и методах работы, поделятся своими методическими разработками.

Дети «оттепели»

Летние школы в СССР появились на волне хрущевской «оттепели» в шестидесятые годы прошлого века, практически одновременно со всесоюзной математической олимпиадой, всесоюзными заочными математическими школами, физико-математическими школами. Первые ЛМШ были созданы для отбора школьников в физико-математические интернаты. Но оказалось, что летние школы могут решать гораздо более серьезные задачи работы с одаренными детьми, и с конца 60-х число летних школ росло взрывообразно. По данным Ленинградской всесоюзной конференции по работе с математически одаренными школьниками, состоявшейся в феврале 1974 г., их было уже более 30. В годы позднего застоя внешкольная работа с одаренными школьниками испытала спад, уменьшилось и число летних школ, но с конца 80-х движение ЛМШ в России снова стало массовым, и эта его волна оказалась гораздо выше первой. Школ становится все больше, все разнообразнее они сами и их география: свежий поиск в Интернете принес сообщения о ЛМШ, прошедшей летом 2006 г. в Корякском автономном округе, и о предстоящей этим летом Сибирской летней математической школе развития, которую организуют три негосударственных образовательных заведения из Новосибирска, Омска и Красноярска. Многие школы (сохраняя аббревиатуру ЛМШ) стали многопредметными, а Кировская, Белорецкая, Омская, Санкт-Петербургская и некоторые другие — межрегиональными и всероссийскими.

Чем привлекательны ЛМШ

Летняя школа вырывает учащихся и преподавателей из обычной среды и погружает их в атмосферу постоянного общения с себе подобными. Интеллектуальная и творческая атмосфера, повседневное сотрудничество и соперничество побуждают учеников к интенсивной работе, а учебные занятия ориентированы на их активность и самостоятельность. В ЛМШ успешно лечатся как «звездная болезнь», так и синдром «белой вороны». Контакты преподавателей и школьников обычно продолжаются и вне занятий: на непрофильных клубах и кружках, спортплощадках, пляже, в походах, беседах «за жизнь» после отбоя. Во многих школах функции преподавателей и воспитателей просто совмещены. В итоге ученики перенимают не только знания, но и *стиль* своих учителей. Возникает как множество отдельных дружеских связей, так и *сообщества* нынешних и бывших «ЛМШат»; во многих ЛМШ значительная часть преподавателей — бывшие ученики.

Какие они бывают

По преобладающей цели существующие ЛМШ можно условно разделить на четыре группы. Главная цель *отборочных* школ — отбор на профильное стационарное обучение. Таковы ЛМШ при Московском и Новосибирском СУНЦ и ряд летних школ при вузах. *Воспитательные* ЛМШ проводятся некоторыми городскими спецшколами для вновь набранных классов, чтобы сплотить и лучше изучить ребят. Они нередко отличаются спартанским бытом и наличием физического труда; математики тут обычно меньше, чем в других школах.

ЛМШ редко длится дольше месяца. Поэтому здесь приходится выбирать между углубленным изучением небольшого числа тем и более широким охватом материала за счет полноты его изучения. В Санкт-Петербургской летней школе пошли по первому пути, потому что эта школа — «летний семестр» городских математических кружков и ее программа — часть программы кружка. Важнейшая цель обучения здесь — усвоение учебного материала; школы такой ориентации можно назвать *образовательными*. Для Санкт-Петербургской ЛМШ быть образовательной вполне логично, поскольку задача развития учащихся тут решается в более широком контексте многолетней работы кружка. Логично быть образовательными и школам, преследующим конкретную практическую цель, таковыми являются летние сборы кандидатов в сборную РФ на международную олимпиаду, где школьников учат решать определенные типы олимпиадных задач. Но случается, что «образовательный» уклон в ЛМШ возникает просто из-за механического переноса туда форм и методик учебных занятий из высшей школы. Такой подход малоэффективен: ведь одаренные дети — это не «студенты младшего возраста», а особый контингент, требующий адекватных содержания, форм и методов обучения.

В большинстве ведущих ЛМШ, особенно межрегиональных, собираются ученики из множества разных школ, с разным уровнем подготовки и разными ожиданиями. В такой ситуации образовательная функция не может быть ведущей, и развитие учащихся становится главной разумно достижимой целью. Говоря подробнее, в таких *развивающих* ЛМШ новые знания — не столько цель обучения, сколько средство (хотя и очень важное) показать ученикам архитектуру математики, сформировать у них основы математического (а в старших классах — алгебраического, топологического, комбинаторного) мышления, дать толчок к дальнейшей самостоятельной работе. Тематика занятий при этом обычно естественным образом оказывается достаточно широкой.

Как это делается

Цели большинства летних школ предопределяют сильное отличие учебного процесса как от школьного, так и от вузовского. Тут преобладают не уроки, лекции и семинары, а занятия кружкового типа с упором на самостоятельную работу учащихся. Тематические занятия чередуются с «разнобойными», составленными из самых разных задач. Значительное время и место отводится соревнованиям по предмету: математическим боям, олимпиадам, конкурсам по решению задач и т.п., а в более младших классах — и разнообразным математическим играм. Темы подбираются так, чтобы по возможности не дублировать школьную (а в старших классах — и вузовскую) программу. Но главное, чтобы они были интересны педагогам, ведущим занятия: только тогда этот интерес передастся ученикам. Поэтому программы ЛМШ, особенно развивающих, весьма гибки и могут существенно меняться от года к году — в зависимости от вкусов преподавателей.

Большую часть времени на занятиях занимает решение и обсуждение целесообразно подобранных и расположенных (в виде циклов и «листков») задач; многие теоретические результаты ученики, решая соответствующие циклы задач, получают сами. Работа ведется в основном «на столах», индивидуально или с малыми (2–4 человека) группами учащихся. Для этого занятия нередко ведут два или более преподавателей. Фронтально обсуждаются в основном постановки задач, типичные ошибки, выводы, некоторые теоретические вопросы.

Прием решения задачи напоминает научную дискуссию, где преподаватель играет роль придирчивого оппонента, выискивающего липы[1] и дыры[2], с переменным успехом затыкаемые[3] учеником. Но если случится завал[4], преподаватель подскажет верный путь, однако так, чтобы оставить ученику максимум посильной самостоятельной работы.

Случается, что роль оппонента, принимающего решение у школьника, исполняет его соученик. Это, как и обсуждение задач в малых группах, вносит в процесс обучения в ЛМШ необходимый элемент коллективной работы. Но главную роль в обучении профессиональному сотрудничеству в большинстве летних школ играют коллективные математические игры, прежде всего — математический бой, во многих отношениях моделирующий в спортивной форме работу математического семинара.

[1] Ошибки, неверные рассуждения

[2] Пробелы в обоснованиях (*сленг*).

[3] Устраняемые (*сленг*).

[4] Отсутствие верного решения (*сленг*).

Не математикой единой...

Хорошие летние школы отличаются насыщенной культурной программой. Наиболее типичны интеллектуальные игры и разнообразные музыкальные мероприятия, но в целом для внеучебной работы подходит любая разумная тематика, от оригами и плетения «фенечек» до литературы и психологии; важно, чтобы ее вели знающие и увлеченные руководители. В школах, существующих много лет, возникают устойчивые культурные традиции: о некоторых из них вы узнаете из статей этого номера. Должное внимание уделяется спорту, особенно командным играм, проводятся походы, купание, вечерние посиделки у костра.

Но все это во многих ЛМШ лишь подмостки для главного — того, что Сент-Экзюпери очень точно назвал «роскошью человеческого общения». Именно она делает ЛМШ Школой, которая надолго запоминается как ученикам, так и преподавателям, а нередко и многое определяет в их жизни.

И что в итоге

Очевидный результат работы летних школ — поддержка, образование и развитие талантов, помощь в их профессиональном самоопределении. Возникновение объединенных причастностью к ЛМШ сообществ — результат менее очевидный, но не менее важный: принадлежность к такому сообществу не только дарит человеку новых друзей и столь дефицитное ныне чувство общности, но и помогает быстро адаптироваться в университете и науке, а порой — и найти хорошую работу. Летние школы служат важным звеном всей системы внешкольной работы с одаренными детьми: и как инструмент интенсивного обучения и развития учащихся кружков и заочных школ, и как «кузница педагогических кадров» для этих кружков, заочных школ и т.п. Наконец, крупные ЛМШ влияют на внеклассную работу в школах, генерируя новые задачи, темы и методические разработки и демонстрируя высокую планку возможностей учеников. Мы очень надеемся, что свою лепту в это внесет и номер газеты, который вы читаете.

Летние математические школы

Название	Классы	Сайт	Место проведения	Контакты
Белорецкая ЛМШ	6–10	www.urec.ru	Республика Башкортостан	(3472) 28-36-51, info@urec.ru В.Г. Хазанкин
Восточно-Сибирская ЛМШ	6–10	www.guas.info	Иркутская область	guas@mail.ru guas@ag3200.spb.ru А.С. Голованов
Всероссийская смена «Юный математик»	7–11		Краснодарский край (лагерь «Орлёнок»)	(8772) 52-72-50, dmami@yandex.ru Д.К. Мамий
Кировская летняя многопредметная школа	6–10	www.cdoosh.kirov.ru/sms	Кировская область	(8332) 35-15-03, sms@extedu.kirov.ru И.С. Рубанов
Краснодарская ЛМШ	6–10	crdo-bernoulli.kubannet.ru	Республика Адыгея	(861) 215-18-17, (960) 482-23-27, fiv@kubannet.ru И.В. Федоренко
Красноярская летняя многопредметная школа	8–10	klsh.org	Красноярский край	(3912) 44-55-50, 95-92-03, aklsh@univers.krasu.ru А.Ю. Аверин
Летние олимпиадные школы СУНЦ МГУ	9–10	www.mathschool.ru	Москва	(495) 445-46-34
Летний многопредметный лагерь «Квант»	6–10		Республика Татарстан	(843) 292-53-63, 231-54-90, e-mila@inbox.ru Н.В. Калачёва, В.А. Сочнева
Летняя школа «Современная математика»	10–11	www.mccme.ru/dubna	Московская область	(495) 241-05-00, dubna@mccme.ru В.Д. Арнольд
Летняя школа СУНЦ НГУ	9–10		Новосибирск (Академгородок)	khramtso@math.nsc.ru Д.Г. Храмцов
Лужская ЛМШ	6–10	www.math.luga.ru	Ленинградская область	(81372) 2-66-10, psp@luga.ru С.П. Павлов
Межрегиональная школа юных математиков	6–10		Ярославская область	8-(4852) 30-29-62, irina@edu.yar.ru И.Е. Васильева
Московская ЛМШ	1–10	www.lmsh.ru	Костромская область	(903) 723-29-75, kondakov@yandex.ru Г.В. Кондаков
Омская летняя гуманитарно-математическая школа	5–10		Омская область	stern@math.omsu.omskreg.ru А.С. Штерн
Пермская ЛМШ	6–10		Пермский край	(3422) 25-47-89 (ФМШ 146), s146@perm-edu.ru burshtein@inbox.ru А.М. Бурштейн
Санкт-Петербургская ЛМШ	6–10	www.guas.info	Ленинградская область	guas@mail.ru dar239@mail.ru А.С. Голованов

Уважаемые организаторы летних математических школ! Если Вы хотите поделиться с коллегами информацией о свой школе, мы готовы разместить ее в одном из весенних номеров газеты.

Е. ЖДАНКИНА,
г. Чехов, Московская обл.

КВН «6 + 2 = дружба»

Этот КВН проводился во время декады математики. Необычна форма проведения — возрастные группы учащихся 2-х и 6-х классов (смешанные команды).

Состав участников

1. Две команды по 10 учеников (по пять от каждого класса). В каждой команде выбираются два капитана: один из 2-го класса, второй из 6-го (с поэтическими способностями).
2. Сказочные персонажи: Мальвина, Буратино, Винни-Пух, Заяц (ученики 6-го класса).
3. Остальные учащиеся разбиваются на группы поддержки команд участников.

Подготовительный этап

1. Выбрать название команды, девиз, эмблему.
2. Подготовить два вопроса для конкурса разминки.
3. Подготовить призы, подарки, «сладкий стол» (родительский комитет).
4. Подготовить оборудование: плакаты с надписью «КВН», «Жизнь — не шутка. Но от шутки откажись и безжизненной тотчас станет жизнь»; плакаты фанклубов; таблички с надписями «Жюри», названиями команд.
5. Выбор музыкального сопровождения.

Ход игры

Вступительное слово учителя

Чтобы спорилось нужное дело,
Чтобы в жизни не знать неудач,
Мы в поход отправляемся смело
В мир загадок и сложных задач.
Не беда, что идти далеко,
Не боимся, что путь будет труден.
Достижения крупные людям
Никогда не давались легко.

Итак, мы начинаем. А какой же КВН без жюри? Приветствуем наше многоуважаемое жюри! (*В состав жюри могут входить родители, учащиеся 2-го и 6-го классов.*)

I Представление команд (название, девиз). (*Максимум 2 балла.)*

Команда «5+»

Мы команда — просто класс,
На пять с плюсом жизнь у нас.
Мы не ленимся учиться.
Вам всем с нами не сравниться.

Команда «Двоечники»

Мы ребята — просто супер,
Мы ребята — просто класс.
Мы — ребята-акробаты,
Только двоечки у нас.

II Сейчас нам предстоит провести конкурс разминки. Вопросы задают команды по-очереди. На обсуждение отводится по 1 минуте (если команда ответа не дает, то за нее могут ответить болельщики). Слово для ответа предоставляется второклассникам.

(*Максимальная оценка — 2 балла.*)

Возможные варианты:

1. Петух, стоя на одной ноге, весит 5 кг. Сколько он будет весить, если встанет на обе?

[5 кг]

2. В семье у каждого из шести братьев есть по сестре. Сколько детей в этой семье?

[7]

3. Три разных числа сначала сложили, а затем их же перемножили. Сумма и произведение оказались равными. Что это за числа?

[1, 2, 3.]

4. В каком случае верно равенство $19 + 15 = 10$?

[Время: 19 ч = 7 ч, 15 ч = 3 ч.]

III Каждой команде показываются по очереди портреты великих математиков. (*За каждый правильный ответ — 1 балл.*)

Вопрос. Кто изображен на портретах?

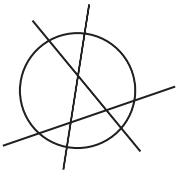
1. Лобачевский.	1. Софья Ковалевская.
2. Евклид.	2. Пифагор.
3. Архимед.	3. Гаусс.

Комментарий. В рамках декады математики проводилась выставка творческих работ учащихся. Каждая параллель имела свое задание. Например, девятиклассники рисовали портреты великих математиков, семиклассники оформляли стенд «Мудрые мысли математиков». Таким образом, учащиеся гимназии, наблюдая за выставкой и принимая в ней участие, получили знания, необходимые им в конкурсе.

Слово для ответа в следующих двух конкурсах предоставляется второклассникам. Во время проведения конкурсов болельщики также решают эти задачи.

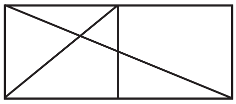
IV Каждой команде предлагается решить 2 геометрические задачи на карточках. (*Время на выполнение — 2 минуты, 2 балла за каждое задание.*)

1. Круглый пирог нужно разрезать прямыми разрезами на семь частей (не обязательно равных). Какое наименьшее число разрезов потребуется для этого?



[3]

2. Сколько треугольников изображено на рисунке?



[16]

V Появляются Мальвина и Буратино.

Мальвина. Здравствуйте!

Буратино. Здрасьте.

Мальвина. Я узнала, что у вас сегодня КВН, и решила привести к вам этого противного мальчишку. Я учу его математике, но у Буратино нет совершенно никаких способностей. Может быть, глядя на вас, он научится решать задачи. Буратино, садись и учи.

Буратино. Вот вредная девчонка. Нашлась воспитательница, подумаешь. У самой голова фарфоровая.

Мальвина. Итак, ребята, я предлагаю вам решить несколько задач. (*На решение каждой задачи — 2 минуты (задачи на карточках). За правильный ответ 2 балла.*)

1. Рост Буратино 1 метр, а длина его носа раньше была 9 сантиметров. Каждый раз, когда Буратино врал, длина его носа удваивалась. Как только длина его носа стала больше его роста, Буратино перестал врать. Сколько раз он соврал?

Буратино. Я? Я вообще никогда не вру!

Мальвина. Прекрати! Итак, решаем.

[9, 18, 36, 72, 144.]

Буратино. Ой, как мне стыдно! Никогда больше не буду врать.

2. Красная Шапочка несла бабушке пироги: 7 — с капустой, 6 — с яблоками, 3 — с мясом. По дороге она съела 2 пирога. Что могло при этом получиться?

А. Бабушке не досталось пирогов с мясом.

Б. Пирогов с яблоками стало меньше, чем с мясом.

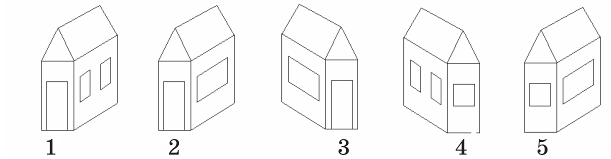
В. Пирогов всех видов стало поровну.

Д. Пирогов двух видов стало поровну.

Е. Пирогов с капустой стало больше, чем остальных вместе.

[Д]

3. Домик кролика нарисован четыре раза, а домик Пятачка только один раз. Где домик Пятачка?



[2]

Буратино. Да, сколько я всего узнал. Оказывается, математику надо учить!

Мальвина. Правильно! До свидания, ребята.

VI Из полученного набора слов составьте два высказывания о математике. (*Время выполнения — 2 минуты. 1 балл за каждое правильно составленное высказывание.*)

Команда «5+»

1. В математике есть своя красота, как в живописи и в поэзии.

[Н.Е. Жуковский]

2. Математика — это язык, на котором говорят все точные науки.

[Н.И. Лобачевский]

Команда «Двоечники»

1. Измеряй свои желанья, взвешивай свои мысли, исчисляй свои слова.

[Пифагор]

2. Язык природы есть язык математики.

[Г. Галилей]

VII Для проведения конкурса «Самый быстрый» необходимо приготовить по два стула, за которыми каждая команда строится в линию. На груди у каждого участника карточка с цифрой (от 0 до 9). Услышав пример, команда должна провести вычисления в уме и сесть на стулья так, чтобы можно было прочитать результат. Команда, первой выполнившая задание, получает 1 очко за каждый правильный ответ.

$34 + 57 = 91$; $73 - 25 = 48$; $19 + 8 = 27$;
$92 - 9 = 83$; $29 + 27 = 56$.

VIII **Конкурс «Сладкоежка»**

Винни-Пух. На шум я к вам решил зайти. Вы меня узнали? Пятачок сегодня дал мне стаканчик со сладостями. Но прежде чем их съесть, мне хочется узнать, сколько конфет-горошин в стакане. Помогите мне, ребята, ответить на этот вопрос, но ответить вы должны за одну минуту. Та команда, которая предложит свой вариант ответа ближе к правильному ответу, получит 1 балл.

Комментарий. Участники игры, выполняя задание, разбирают по 5 горошин каждый, затем еще по 5, остальные считают вместе, что позволяет им ускорить процесс подсчета. Если они считают вместе, то, как правило, не успевают выполнить задание.

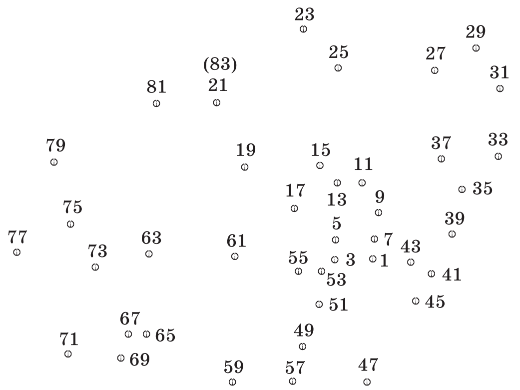
Винни-Пух. Ну что же, спасибо, мне придется с вами поделиться. Конфеты можете съесть. Пойду-ка я обратно к Пятачку, может быть, он мне еще даст.

IX **Конкурс капитанов.** (*Максимальное оценка за это задание — 2 балла.*)

Задание. Составьте стихотворение на заданную рифму.

Капитаны 6-го класса уходят готовиться в другое место. В это время проводится конкурс с капитанами 2-го класса.

Задание. Кто быстрее закончит рисунок, соединив последовательно отрезками нечетные числа, начиная с 1?



Группы поддержки в это время активно поддерживают участников. Затем выступают капитаны-шестиклассники.

Возможные варианты (составлены учениками):

5×5 — двадцать пять,
Снова буду я решать.
5×5 — двадцать пять,
Получается опять.

Я возьму морковок пять.
Не могу я сосчитать,
Что должно здесь получиться,
Не пойму никак опять.

Я хотела посчитать,
Сколько будет 5×5.
Получилось 35.
Не могу никак понять,

Фото А. Пасько, ученика 6-го класса гимназии № 2, г. Чехов

X *Сколько будет 5×5.*

Сказочный конкурс (*оценивается в 5 баллов.*)

Заяц. Здравствуйте, ребята! Ой, бедный я, бедный! Такая история со мной приключилась! Слушайте.

Забрался я в огород и накопал морковки. Сразу есть не стал: собак боялся. Решил в лес добычу отнести, там и полакомиться. Несу я морковку, согнулся от тяжести. Вдруг навстречу Медведь.

— Попался, Заяц! Сейчас я тебя съем.

Я заплакал, взмолился:

— Не трогай меня, дяденька Медведь, я тебе морковки дам.

Посмотрел Медведь на меня.

— А много ли дашь? — спрашивает.

— Да бери, дяденька Медведь, половину того, что есть.

— Половину мне мало, — отвечает Медведь. — Я большой, а ты маленький. Давай мне больше половины.

Обидно мне, но делать нечего. Отдал я половину своей моркови да еще полморковки прибавил. Отпустил меня Медведь. Бегу по кусточкам, спешу домой. Вдруг, откуда ни возьмись, Лиса навстречу.

— Попался, Заяц! Давно я тебя поджидаю. Сейчас я тебя съем.

Перепугался я, заплакал.

— Отпусти меня, тетенька Лиса, я тебе морковки дам.

— А много ли дашь? — спрашивает Лиса.

— Да бери, тетенька Лиса, половину того, что есть, а половину мне оставишь.

— Половину мне мало, — отвечает Лиса. Я большая, а ты маленький. Давай мне больше.

Обидно мне, но делать нечего. Отдал я половину своей моркови да еще полморковки прибавил. Отпустила меня Лиса. Бедный я заяц! Обидели меня звери: всего одну морковку мне оставили. Ребята, помогите мне! Ответьте: сколько у меня было моркови, сколько досталось медведю, сколько лиса получила?

(*Время на решение задачи — 8–10 минут.*)

Ответ: 7, 4, 2.

Комментарий. Учитель раздает командам текст рассказа, а также по 10 штук моркови, что облегчает решение задачи. Ребята могут ее разломить пополам и т.д.

Подведение итогов

Награждение командное и индивидуальное в номинациях «Самый любознательный», «Самый артистичный», «Самый смекалистый».

Литература

1. *Альхова З.Н., Макеева А.Н.* Внеклассная работа по математике. — Саратов: Лицей, 2001.
2. *Нагибин Ф.Ф.* Математическая шкатулка. — М.: Учпедгиз, 1961.
3. *Шустеф Ф.М.* Материал для внеклассной работы по математике. — Минск: Народная асвета, 1968.
4. *Заболотнева Н.В.* Олимпиадные задания по математике. 5–8 классы. — Волгоград: Учитель, 2006.

Е. ЛУКИЧЕВА,
Санкт-Петербург

Разработка элективных курсов: опыт, проблемы, решения

На страницах многих педагогических журналов и газет горячо обсуждаются вопросы подготовки учительства к работе в условиях профильного обучения на старшей ступени школьного образования. Подготовлено немало учебных пособий, рекомендующих педагогам модели организации такого обучения. В Санкт-Петербурге 2005/06 учебный год был объявлен годом подготовки к переходу на всеобщее профильное обучение, а 2006/07 — годом активного включения образовательных учреждений в систему профильного обучения. Самое время подвести некоторые итоги.

Сегодня остается открытым вопрос о формировании программ и создании методических материалов по элективным курсам для реализации предпрофильной подготовки и профильного обучения учащихся. Их должны разрабатывать сами учителя, но отсутствие опыта усложняет эту задачу. Фактически учителю предстоит сконструировать модель своего вероятного профессионального поведения в рамках разрабатываемого курса, дать оценку своих способностей и возможностей в соотношении с предстоящими трудностями. От учителя требуется умение принимать решения в условиях отсутствия опыта. Выход из этой ситуации видится в способности анализировать содержание своей педагогической деятельности, в умении планировать модель предполагаемого результата и действовать в соответствии с конкретной педагогической ситуацией. Пожалуй, так действует любой учитель, правда, как правило, его деятельность и ее результаты подвергаются лишь саморефлексии, реже — обсуждению педагогическим коллективом. Что же касается разработки элективного курса, то возможности его реализации в образовательном учреждении предшествует обязательная экспертиза программы курса, то есть ее анализ специалистами в области математики и методики преподавания математики. Надо сказать, что не все учителя готовы к публичному обсуждению результатов своего творчества.

О работе регионального экспертного совета

Вашему вниманию предлагаются некоторые итоги работы секции математики Регионального экспертного совета (далее РЭС) при Комитете образования Санкт-Петербурга (председатель — Л.А. Жигулев, зав. кабинетом математики Академии постдипломного педагогического образования, заслуженный учитель РФ). Данная структура была создана с целью проведения экспертизы программ элективных курсов, образовательных программ различного уровня, учебных пособий на предмет их допуска к использованию в образовательных учреждениях города. Хочется надеяться, что наш опыт поможет многим избежать тех ошибок, с которыми столкнулись учителя-разработчики программ элективных курсов.

Результаты работы секции математики РЭС показали, что проводимая работа явно оказалась недостаточной с точки зрения массовости учительства, охватываемого ею. Так, с августа 2005 г. по июнь 2006 г. на рассмотрение в секцию поступило 324 программы элективных курсов от учителей математики школ города, из них после экспертизы были возвращены на доработку 183 программы, т.е. более чем каждая вторая программа. Допущены РЭС к использованию в образовательных учреждениях 265 программ курсов по выбору, из них повторно рассматривались (некоторые не по одному разу!) 148 программ. Кабинетом математики АППО была срочно осуществлена широкая дополнительная консультативная работа, в том числе выездные консультации как в районные методические структуры, так и в образовательные учреждения.

Полученные результаты показывают, что учителя предпочитают разрабатывать предметные курсы, позволяющие формировать знания, умения и навыки учащихся только в рамках изучаемой учебной дисциплины. Меньше разрабатывается межпредметных курсов и единицы — курсов, ориентирующих на выбор конкретной профессии.

Самыми излюбленными темами учителей математики являются (по убыванию количества представленных курсов):

- уравнения и неравенства;
- уравнения и неравенства с параметрами;
- уравнения и неравенства с модулем;
- функции и графики;
- элементы статистики и теории вероятностей.

Мотивы такого подхода со стороны учителей понять можно. Конечно, любой кусочек учебного времени хочется потратить на поддержку своего предмета: не заниматься же неизвестно чем, когда учащиеся не успевают качественно изучить программу по математике! Вместе с тем нужно четко понимать, откуда появилась возможность проведения элективных курсов, с какой целью они введены в базисный учебный план, почему школьнику предоставлена возможность выбора и т.д.

Серьезное внимание стоит уделить учителям названию разрабатываемого элективного курса. Как сегодня выясняется, это очень важно. Ведь курс школьники **выбирают**, а значит, имеет место пословица «По одежке встречают, по уму провожают». Опыт работы РЭС показал, что даже эксперты — специалисты в области математики и предметной методики, изучая представленные материалы, подчас жаловались на определенную сухость содержания, бедную практическую направленность программ, ограниченность в их названии. Действительно, самыми распространенными названиями оказались: «Практикум по решению задач по математике», «Уравнения (неравенства) с модулем», «Неравенства (уравнения) с параметрами», «Функции», «Избранные вопросы математики». Вряд ли девятиклассники смогут выбрать по такому названию курс, который будет им интересен. Стоит отметить, что уже после проведения информационной работы и круглых столов ситуация изменилась. Появились программы: «Этот удивительный квадратный трехчлен» (авт. Дегтярева Е.Н.), «Бесконечный мир задач» (авт. Зенкина И.В.), «Превратности пути, или невозможные возможности» (авт. Стасевич А.В.), «Правила удачи» (авт. Лукичева Е.Ю.), «Был ли прав Евклид?» (авт. Серова А.В.), «Изобретательность в вычислениях» (авт. Головнева Т.А.), «Кому нужна теория вероятностей?» (авт. Петрова О.Ю.) и др.

Сформулируем основные достижения и проблемы, возникшие в процессе работы РЭС.

Достижения:

• Выработаны единые критерии и требования к программам элективных курсов.

• Создан банк программ элективных курсов для предпрофильной подготовки и профильного обучения учащихся. Программы представлены на разных носителях, в том числе на электронных. Накопленные материалы доступны для учителей города.

• Спектр программ разнообразен по типологии, тематике, образовательному уровню учащихся, объему.

• Время, отводимое на изучение курсов, соответствует объему предлагаемого материала, заявленным формам деятельности учащихся.

• Учтены возрастные особенности и запросы учащихся.

• Скорректирована оптимальная нагрузка на учащихся и учителя.

• Представлены критерии оценивания, активные методы обучения, формы организации самостоятельной деятельности учащихся.

Проблемы:

• Большой процент программ, отправленных на доработку, и программ, не получивших гриф РЭС.

• Недостаточная информированность учителей о требованиях, критериях; непонимание педагогами целей, специфики предпрофильной подготовки и профильного обучения.

• Отсутствие у педагогов практического опыта составления программ.

• Недостаточность пособий, методических материалов, технических возможностей для реализации содержания элективных курсов.

• Низкий уровень заинтересованности учителей в качественной реализации программ элективных курсов.

• Формальный подход образовательных учреждений к организации элективных курсов.

Наиболее типичные недостатки

• Серьезной проблемой является отсутствие или прямое непонимание учителями разницы между факультативами, кружками и элективными курсами.

• Дублирование основного, обязательного содержания предметных программ. Учителя стремятся превратить время, отводимое на элективный курс, в примитивную консультацию для учащихся по вопросам школьной программы. Неоднократно обращалось внимание коллег, что элективный курс — это демонстрация возможностей предмета, это время для решения таких прикладных задач и такими средствами, с которыми учащиеся не встречаются на традиционных уроках в силу отсутствия учебного времени. Именно отсутствие обязательного регламента программы элективного курса позволяет исследовать одну задачу (если она оказалась интересной для учащихся, а не только для учителя) в течение нескольких занятий, увеличить время рассмотрения тех или иных вопросов теории и практики и др. И наоборот, если учитель чувствует психологический дискомфорт учащихся при встрече с предлагаемым материалом или формой его представления, он должен грамотно завершить, «закрыть тему».

• Низкий уровень научности программ.

• Превалируют академические формы преподавания, традиционные уроки.

• Слабо выражен практико-ориентированный, интегративный характер программ.

• Традиционно учителями забывается о важной роли самостоятельной деятельности учащихся в процессе освоения содержания курса.

• Перегруженность информацией, нерациональное распределение времени.

• Несоответствие предлагаемого материала возрастным возможностям и индивидуальным запросам учащихся.

• Отсутствие контролируемости в ходе учебного процесса.

• Отсутствие структурных элементов программы или неправильное их оформление.

Аннотация курса «Физическая математика»

Дорогие ребята! Уже название этого курса «Физическая математика» у одних вызывает страх и ужас, а других завораживает, интригует. Надеюсь, вы из тех, кого завораживает. Если так, то вам будет интересно понять связь между физикой и математикой, интересно узнать, как физика облегчает познание сложных математических проблем и как неразрывны две эти области, которые являются главными инструментами в руках ученых, исследующих законы природы и общества. К этому хочется добавить, что тот, кто действительно желает познакомиться с содержанием этого курса и мечтает об исследовательской деятельности ученого, сможет приобрести нужные знания, умения и навыки по решению задач, изучая этот курс, насыщенный интересными и разнообразными задачами. Желаю успеха!

• Самые большие трудности вызывает у учителей разработка пояснительной записки к программе курса. Учителя не владеют методикой целеполагания (не разделяют цель и задачи курса), примитивно объясняют актуальность и новизну предлагаемых материалов, порой отсутствует описание критериев оценивания успешности освоения курса учащимися. Учителя затрудняются определить формы контроля и прогнозируемые результаты. Из пояснительных записок, сопровождающих программы, слабо прочитываются технологии, используемые авторами курсов, не раскрываются формы организации учебных занятий.

Рекомендации учителям

1. Название курса должно быть по возможности привлекательным (ведь этот курс будут выбирать среди других).

2. Программа курса должна включать новые для учащегося знания, не содержащиеся в базовой программе и не дублирующие программу по математике средней и высшей школы.

3. Программа должна содержать знания, вызывающие познавательный интерес учащихся и представляющие ценность для обучения по выбранному ими профилю обучения (мотив обучения).

4. Как следствие предыдущего, программа должна позволить учащимся оценить свои потребности и возможности и сделать обоснованный выбор своего дальнейшего образовательного пути после окончания школы.

5. Программа должна определять такую последовательность изучения знаний, которая является наиболее «коротким путем»: изучение новых знаний опирается на недавно пройденный и легко восстанавливающийся в памяти учащихся учебный материал.

6. Несмотря на то, что содержание элективных курсов не стандартизируется, необходимо, чтобы сам курс работал на достижение обозначенных в стандарте целей среднего образования вообще и математического образования в частности. И это, прежде всего, направленность любого учебного курса на достижение метапредметных результатов, — в частности, на формирование надпредметных умений и обобщенных способов деятельности, таких, как освоение способов совместной деятельности, умения выстраивать ответ, участвовать в дискуссии, оппонировать и т.д.

7. Цели образования в соответствии со стандартом достигаются через реализацию личностно-деятельностного подхода в обучении. Поэтому в рамках любого элективного курса акценты должны быть смещены на формирование умений через активную самостоятельную деятельность учащихся: проектная и исследовательская работа, практические и лабораторные занятия, экскурсии, дискуссии и т.д.

8. Содержание элективного курса должно предусматривать наличие аппарата обращения к внешкольным источникам информации и к опыту школьника.

9. При построении программы элективного курса полезен модульный характер. Можно менять независимые по содержанию модули местами, конструировать курс из разного их количества.

10. Программа элективного курса носит примерный характер. Учитель в соответствии с запросами учащихся и своими профессиональными возможностями может осуществлять некоторую доработку программы в процессе ее реализации.

11. Содержание промежуточного и итогового контроля по курсу выбирает и разрабатывает учитель.

12. Темп изучения курса адекватен складывающейся ситуации: на каком-то материале задержались, где-то просмотрели бегло, что-то пропустили совсем.

Особенно актуальна сегодня работа школьных методических объединений, предметных кафедр, профессиональных объединений учителей. Именно они должны стать инстанцией первичной экспертизы элективных курсов, представляемых в РЭС. Ведь кто, как не педагогический коллектив образовательного учреждения, может диагностировать потребность учащихся своей школы в том или ином учебном курсе и, соответственно, поручить учителю или группе учителей разработать программу элективного курса, а затем обсудить ее, скорректировать на заседании методического объединения. Возможно, такого рода деятельность вполне может стать хорошим началом на пути успешного прохождения экспертизы учебных курсов в региональных структурах. Одновременно с этим окажет неоценимую поддержку работе экспертов РЭС и снимет эмоциональное напряжение среди наших коллег, чьи представленные учебные курсы в силу самых разных причин были отклонены.

Литература

1. *Громцева А.К.* Формирование у школьников готовности к самообразованию. — М.: Просвещение, 1983.

2. *Епишева О.Б.* Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: Кн. для учителя. — М.: Просвещение, 2003.

3. *Епишева О.Б.* Формирование приемов учебной деятельности//Математика в школе, 1995, № 6.

4. *Жигулев Л.А., Лукичева Е.Ю.* Программы. Разработки уроков. Методические материалы. — СПб.: СМИО Пресс, 2006.

5. *Кульневич С.В., Лакоценина Т.П.* Не совсем обычный урок. Практическое пособие для учителей. — Ростов-на-Дону: Учитель, 2001.

6. *Лукичева Е.Ю., Муштавинская И.В.* Математика в профильной школе. Пособие для учителя. — СПб.: Просвещение, 2005.

7. *Лукичева Е.Ю.* Математика в профильной школе. Элективные курсы. Пособие для учителя. — СПб.: Просвещение, 2007.

8. *Манвелов С.Г.* Конструирование современного урока математики: Кн. для учителя. — М.: Просвещение, 2002.

9. Элективные курсы в профильном обучении. — М.: Вита-Пресс, 2004.

Г. МУСОРИНА,
г. Амурск, Хабаровский край

Процент — О! Мания!

Пояснительная записка

Элективный курс предназначен для предпрофильной подготовки учащихся 9-х классов общеобразовательной школы. Он расширяет и углубляет базовую программу по математике, не нарушая ее целостности. Программа элективного курса применима для различных групп школьников, независимо от выбранного ими профиля в старшей школе. В основной школе представление о процентах учащиеся получают, но решать задачи, как правило, не умеют.

Предлагаемый курс имеет прикладное и общеобразовательное значение. Он способствует развитию логического мышления, сообразительности и наблюдательности, творческих способностей, интереса к предмету и формированию умений решать практические задачи.

Цель курса: научить учащихся решать задачи на проценты.

Ожидаемые результаты

Учащиеся должны *знать*:

• что такое процент;

• алгоритм решения задач на проценты составлением уравнения;

• формулы начисления «сложных процентов» и простого процентного роста;

• что такое концентрация, процентная концентрация.

Учащиеся должны *уметь*:

• решать типовые задачи на проценты;

• применять алгоритм решения задач составлением уравнений к решению более сложных задач;

• использовать формулы начисления «сложных процентов» и простого процентного роста при решении задач;

• решать задачи на сплавы, смеси, растворы.

Содержание курса

Что такое «Процент — О! Мания!» (2 ч)

Понятие процента. Нахождение процента от числа, числа по его проценту, составление процентного отношения. Решение типовых задач на проценты.

Проценты и уравнения (3 ч)

Алгоритм решения задач методом составления уравнений. Решение простых задач на проценты. Решение более сложных задач.

Правило начисления «сложных процентов» (4 ч)

Формула начисления «сложных процентов», формула простого процентного роста. Решение задач на применение этих формул.

Задачи на сплавы, смеси, растворы (4 ч)

Понятие объемной (массовой) концентрации, объемной (массовой) процентной концентрации. Решение задач, связанных с понятиями «концентрация», «процентное содержание».

Процентные расчеты в различных сферах деятельности (2 ч)

Методические рекомендации по изучению курса

Тема 1. Что такое «Процент – О! Мания!»

Начать занятие следует с краткого изложения содержания элективного курса. Акцентировать внимание на том, что учащимся предстоит изучить проценты более глубоко, чем это было на уроках, указать на практическую направленность курса.

Так как на занятиях по данной теме могут быть учащиеся из разных классов и школ, с разным уровнем подготовки, то начать нужно с повторения основных соотношений, с нахождения процента от числа, числа по его проценту, составления процентного отношения и т.д.

Тема 2. Проценты и уравнения

Текстовые задачи осознаннее решаются учащимися, если их решению предпослать ряд задач на числа с постепенным обобщением решения и постановкой вопросов, ответы на которые проверяются расчетами. Вот серия задач, которые можно решить на занятиях.

Задача 1. Букинистический магазин приобрел книгу стоимостью 100 р. со скидкой 10% стоимости, а продал ее по номинальной стоимости. Сколько процентов прибыли он получил?

Многие ученики сразу говорят: «10%». Последующая проверка убеждает их в ошибочности такого ответа.

После решения задачи предлагается заменить 100 р. на a р. и задать вопрос: «Изменится ли при этом процент прибыли?» Затем изменить процент скидки и предложить решить задачу уже без подробной записи решения.

Задача 2. Купили книгу со скидкой 20%, а продали по номинальной цене. Какой процент прибыли получили?

При решении полезно узнать у учащихся, будет ли этот процент больше 20% или меньше и почему. Этот вопрос поможет учащимся более глубоко осознать зависимости в задачах подобного рода.

Полезно рассмотреть следующие задачи.

Задача 3. Магазин купил книгу со скидкой 10% от номинала, а продал с наценкой 10% от закупочной цены. Будет продажная цена больше номинала или меньше? На сколько? Какой процент продажная цена составит от номинала?

Задача 4. Книгу купили со скидкой 10% от номинала. Больше или меньше 10% должна быть наценка на закупочную цену, чтобы книга продавалась по номинальной цене?

После рассмотрения ряда подобных задач можно предложить более сложные задачи.

Задача 5. Букинистический магазин при продаже книги по номиналу запланировал определенный процент прибыли. Продал же книгу со скидкой 10% от номинальной цены и получил при этом 8% прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально предполагал получить магазин?

В конце изучения темы следует провести проверочную работу.

Задачи для самостоятельного решения

1. Себестоимость продукции повысилась сначала на 10%, а затем понизилась на 20%. На сколько процентов понизилась себестоимость продукции?

2. На сколько процентов увеличится произведение двух чисел, если одно из них увеличилось на 20%, а другое — на 40%?

3. Антикварный магазин, купив два предмета за 225 р., продал их, получив 40% прибыли. За какую цену был куплен магазином каждый предмет, если при продаже первого предмета было получено 25% прибыли, а второго — 50%?

4. Вкладчик положил на счет 8000 р. За один год банк начислил 14% годовых, а за второй банк начислил на новую сумму 18% годовых. Какова будет сумма вклада через 2 года?

5. В течение года завод трижды уменьшал выпуск продукции на одно и то же число процентов. Найдите это число, если известно, что общий процент снижения после трех изменений составил $65{,}7\%$.

6. Цена товара снижена на 40%, а зарплата дважды увеличивалась на 20%. На сколько процентов больше можно купить товара после снижения цены и повышения зарплаты?

7. Комиссионный магазин продал автомобиль со скидкой 25% от назначенной цены и получил при этом 5% прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально полагал получить магазин?

Тема 3. Правило начисления «сложных процентов»

Для выхода на формулу начисления «сложных процентов» полезно решить несколько задач, аналогичных следующей:

Задача. В сберкассу положили 200 р., на которые начисляют 3% годовых. Сколько денег будет в конце первого года хранения?

Решение полезно провести на конкретных числах и в общем виде:

Начальный капитал, р.	200	a
Процент прибыли, %	3	p
Прибыль, р.	$200 \cdot 0{,}03$	$\frac{a \cdot p}{100}$
Конечный капитал	$200 + 200 \cdot 0{,}03 =$ $= 200 \cdot (1 + 0{,}03)$	$k = a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$

В итоге получилась формула зависимости $k = a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$, дающая возможность решить три типа задач на денежные расчеты: на нахождение одного из параметров, зная два других.

Вопрос. Сколько денег будет в конце второго года хранения?

Отвечая на него, получим: $k = a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$.

А третьего? А n-го? В итоге получается формула

$$k = a \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n, \qquad (1)$$

где a — начальный капитал, p — процент прибыли за один промежуток времени; n — число промежутков.

Эта формула называется ***формулой «сложных процентов»***.

Полученная формула показывает, что значение величины k растет как геометрическая прогрессия, первый член которой равен a, а знаменатель прогрессии $1 + \frac{p}{100}$. Формула (1) является исходной формулой при решении многих задач на проценты. Кроме формулы сложного процентного роста, учащиеся должны знать и применять ***формулу простого процентного роста***:

$$k = a \cdot \left(1 + \frac{p \cdot n}{100}\right), \qquad (2)$$

где a, p и n имеют тот же смысл, что и в формуле сложного процентного роста (отличие состоит в том, что в этом случае процент каждый раз берется от одного и того же числа a).

Следует уделять много внимания решению задач, в которых используются формулы (1) и (2). Вот два примера таких задач.

Задача 1. Сумма в 1 тыс. р. уменьшается ежемесячно на 5%. Через сколько месяцев эта сумма сократится

а) до 750 р.; б) 500 р.; в) 250 р.; г) 50 р.?

Решение. Это задача на простой процентный рост.

$$k=a\cdot\left(1+\frac{p\cdot n}{100}\right),\quad k=a+\frac{a\cdot p\cdot n}{100},\quad k-a=\frac{a\cdot p\cdot n}{100},$$

$$a\cdot p\cdot n=(k-a)\cdot 100,$$

$$n=\frac{(k-a)\cdot 100}{a\cdot p}.$$

а) $n=\dfrac{(1000-750)\cdot 100}{1000\cdot 5}=5$ (мес.);

б) $n=\dfrac{(1000-500)\cdot 100}{1000\cdot 5}=10$ (мес.);

в) $n=\dfrac{(1000-250)\cdot 100}{1000\cdot 5}=15$ (мес.);

г) $n=\dfrac{(1000-50)\cdot 100}{1000\cdot 5}=19$ (мес.).

Задача 2. Какая сумма будет на счете через 4 года, если на него положены 2000 р. под 30% годовых?

Решение. Это задача на сложный процентный рост:

$$k=a\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)^n,$$

$$k=2000\cdot\left(1+\frac{30}{100}\right)^4=5712{,}2\text{ (р.)}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. На сколько процентов увеличится сумма, вложенная на 5 лет в банк, начисляющий 20% годовых?

2. Рабочий день уменьшился с 8 ч до 7 ч. На сколько процентов нужно повысить производительность труда, чтобы количество выпускаемой продукции увеличилось на 5%?

3. В одном банке вклад в 125 тыс. р. за год принес 8750 р. чистого дохода, а в другом вклад в 108 тыс. р. — 8640 р. В каком банке процентная ставка выше?

4. Рабочий четвертого разряда зарабатывает на 25% больше, чем рабочий третьего разряда. На сколько процентов меньше, чем рабочий четвертого разряда, зарабатывает рабочий третьего разряда?

5. Из 22 кг свежих грибов получается 2,5 кг сухих грибов, содержащих 12% воды. Каков процент воды в свежих грибах?

6. На овощной базе имелся крыжовник, влажность которого составляла 99%. За время хранения его влажность уменьшилась на 1% (стала 98%). На сколько процентов уменьшилась масса хранившегося на базе крыжовника?

7. На первом поле 65% площади засеяно овсом. На втором поле под овсом занято 45% площади. Известно, что на первом и втором полях вместе под овсом занято 53% общей площади. Какую часть всей засеянной площади составляет первое поле?

8. Число 51,2 трижды увеличили на одно и то же число процентов, а затем трижды уменьшали на то же самое число процентов. В результате получилось число 21,6. На сколько процентов увеличивали, а затем уменьшали это число?

Ответы

4. На 20%. **5.** 90%. **6.** На 50%. **7.** $\frac{2}{5}$. **8.** На 50%.

Тема 4. Задачи на смеси, сплавы, растворы

Приступая к решению задач, связанных с понятиями «концентрация» и «процентное содержание», необходимо объяснить учащимся, что обычно в условиях таких задач речь идет о составлении сплавов, растворов, смесей из двух или нескольких веществ. При решении таких задач принимаются следующие основные допущения:

– все получающиеся сплавы или смеси однородны;

– при слиянии двух растворов, имеющих объемы V_1 и V_2, получается смесь, объем которой равен

$$V=V_1+V_2;$$

– при слиянии двух растворов масса смеси равняется сумме масс, составляющих ее компонентов.

Объемной концентрацией компонента A называется отношение объема чистого компонента (V_A) в растворе ко всему объему смеси (V_O):

$$C_A=\frac{V_A}{V_O}=\frac{V_A}{V_A+V_B+V_C},$$

$$V_O=C_A\cdot V_O+C_B\cdot V_O+C_C\cdot V_O. \tag{1}$$

Объемным процентным содержанием компонента A называется величина $P_A=C_A\cdot 100\%$, то есть концентрация этого вещества, выраженная в процентах.

Аналогично определяются массовая концентрация и процентное содержание: отношение массы чистого вещества A в сплаве к массе всего сплава, то есть весовая концентрация.

Для решения задач на смеси и сплавы удобно ввести в рассмотрение объем или массу каждой смеси, а также концентрации составляющих их компонентов. С помощью концентрации нужно «расщепить» каждую смесь на отдельные компоненты, как это сделано в формуле (1), в затем указанным в условии задачи способом составить новую смесь. При этом легко посчитать, какой объем (масса) каждого компонента входит в получившуюся смесь, а также полный объем (массу) этой смеси. После этого определяются концентрации компонентов в новой смеси.

В большинстве случаев рассматриваемые задачи вызывают затруднения у школьников, потому что они не могут установить функциональную зависимость, например, между массой растворимого вещества, массой смеси и концентрацией (крепостью) раствора.

Концентрация — это число, показывающее, сколько процентов от всей смеси составляет растворимое вещество. Если масса m кг, масса растворимого вещества a кг, концентрация $p\%$, то между этими величинами существует зависимость: $\frac{p}{100}=\frac{a}{m}$.

Работу с этой формулой можно оформить в виде таблицы:

Масса смеси m, кг	**Масса растворимого вещества a**, кг	**Концентрация p**, %
10	1	$\frac{1}{10}=10\%$
5	2	$\frac{2}{5}=0{,}4=40\%$
4	0,5	$\frac{0{,}5}{4}=0{,}125=12{,}5\%$
m_c	m_b	$\frac{m_b}{m_c}=k$

Иногда в задачах на сплавы необходимо, чтобы учащиеся знали понятие пробы. *Проба* — это число, показывающее, сколько граммов чистого драгоценного металла содержится в одном килограмме сплава.

Введенные понятия закрепляются при решении задач.

Задача 1. Один раствор содержит 30% по объему азотной кислоты, а второй — 55% азотной кислоты. Сколько нужно взять первого и второго раствора, чтобы получить 100 л 50%-го раствора азотной кислоты?

Решение. В условии указаны два раствора и их смесь. Величины, входящие в задачу: объем раствора $V_р$, концентрация $K\%$, объем кислоты $V_к$. Формула зависимости: $V_к = V_р \cdot K$.

Раствор	**Объем раствора**, л	**Концентрация**, %	**Объем кислоты**, л
1-й раствор	x	$30\% = 0{,}3$	$x \cdot 0{,}3$
2-й раствор	$100 - x$	$55\% = 0{,}55$	$(100 - x) \cdot 0{,}55$
Смесь	100	$50\% = 0{,}5$	$100 \cdot 0{,}5$

Поскольку объем кислоты смеси равен сумме объемов кислоты в растворах, то можно составить уравнение

$$0{,}3 \cdot x + 0{,}55 \cdot (100 - x) = 50,$$

решив которое получим, что $x = 20$.

Проверка: $6 + 44 = 50$.

Ответ: 20 л, 80 л.

Задача 2. Сплав меди с цинком, содержащий 5 кг цинка, сплавлен с 15 кг цинка. В результате содержание меди в сплаве понизилось по сравнению с первоначальным на 30%. Найти первоначальную массу сплава.

Решение. Сплавов в задаче два: первоначальный сплав и второй сплав с добавлением 15 кг цинка. Величины: масса сплава $m_с$ кг, масса меди $m_м$ кг, процент содержания меди $a\%$. Формула зависимости:

$$m_м = m_с \cdot \frac{a}{100}, \quad \frac{m_м}{m_с}=\frac{a}{100}.$$

Пусть x кг — масса первоначального сплава, тогда $(x - 5)$ кг — масса меди в нем, а $\frac{x-5}{x}\cdot 100\%$ — процент ее содержания в сплаве. Далее, $(x + 15)$ кг — масса сплава после прибавления 15 кг цинка. При этом масса меди осталась та же. Отсюда $\frac{x-5}{x+15}\cdot 100\%$ — процентное содержание меди в новом сплаве.

Известно, что $\frac{x-5}{x}\cdot 100\%$ больше $\frac{x-5}{x+15}\cdot 100\%$ на 30%. Составляем уравнение:

$$\frac{x-5}{x}\cdot 100-\frac{x-5}{x+15}\cdot 100=30.$$

После преобразований оно приводится к виду $x^2 - 35x + 250 = 0$, откуда $x_1 = 25$, $x_2 = 10$.

Ответ: 25 кг или 10 кг.

Задачи для самостоятельного решения

1. Имеется два слитка, представляющих собой сплавы цинка с медью. Масса первого слитка 2 кг, масса второго — 3 кг. Эти два слитка сплавили вместе с 5 кг сплава цинка с медью, в котором цинка было 45%, и получили сплав цинка с медью, в котором цинка стало 50%. Если бы процентное содержание цинка в первом слитке было равно процентному содержанию цинка во втором, а процентное содержание цинка во втором такое же, как в первом, то, сплавив эти два слитка с 5 кг сплава, в котором содержится 60% цинка, мы получили бы сплав, в котором цинка содержится 55%. Найдите процентное содержание цинка в первом и втором слитках.

2. Имеется два разных сплава меди со свинцом. Если взять 1 кг первого сплава и 1 кг второго сплава и переплавить их, то получится сплав с содержанием 65% меди. Известно, что если взять два куска — кусок № 1 и кусок № 2 первого и второго сплавов соответственно, имеющих суммарную массу 7 кг, и переплавить их, то получится сплав с содержанием 60% меди. Какова масса меди в сплаве, получающемся при совместной переплавке куска первого сплава, равного по массе куску № 2, и куска второго сплава, равного по массе куску № 1?

3. Имеется два слитка сплавов золота и меди. В первом слитке отношение золота к меди равно 1 : 2, а во втором 2 : 3. Если сплавить $\frac{1}{3}$ первого слитка с $\frac{5}{6}$

второго, то в получившемся слитке окажется столько золота, сколько было в первом меди, а если $\frac{2}{3}$ первого слитка сплавить с половиной второго, то в получившемся слитке окажется меди на 1 кг больше, чем было золота во втором слитке. Сколько золота в каждом слитке?

4. Имеется три сплава. Первый сплав содержит 60% алюминия, 15% меди и 25% магния, второй — 30% меди и 70% магния, третий — 45% алюминия и 55% меди. Из них необходимо приготовить новый сплав, содержащий 20% меди. Какое наименьшее и какое наибольшее процентное содержание алюминия может быть в этом новом сплаве?

5. Две трубы, работая одновременно, подают в бак 100 л жидкости в минуту. Имеется два раствора кислоты — сильный и слабый. Если смешать по 10 л каждого раствора и 20 л воды, то получится 40 л 20%-го раствора. Известно также, что если в течение часа подавать в первоначально пустой бак по первой трубе слабый раствор, а по второй — сильный раствор, то получится 30%-й раствор кислоты. Какой концентрации получится кислота, если подавать в первоначально пустой бак по первой трубе сильный раствор, а по второй — слабый?

6. В сосуде находится определенное количество смеси воды с кислотой. Чтобы уменьшить концентрацию кислоты на 34% (было $p\%$, а стало $(p-34)\%$), в сосуд надо добавить 3 л воды, а чтобы уменьшить ее на 17%, надо долить 1 л воды. Какова концентрация кислоты в сосуде?

7. Имеется три слитка: первый слиток — сплав меди с никелем, второй — никеля с цинком, третий — цинка с медью. Если сплавить первый кусок со вторым, то процент меди в получившемся слитке будет в 2 раза меньше, чем он был в первом слитке. Если сплавить второй слиток с третьим, то процент никеля в получившемся слитке будет в 3 раза меньше, чем он был во втором слитке. Какой процент цинка будет содержать слиток, получившийся при сплаве всех трех слитков, если во втором слитке было 6% цинка, а в третьем — 11%?

Тема 5. Проценты в окружающем мире

Объявляя учащимся цель занятия, полезно подчеркнуть, что сюжеты задач взяты из реальной жизни — из газет, объявлений, документов и т.д. Иногда задачи могут быть решены разными способами. Важно, чтобы каждый ученик самостоятельно выбрал свой способ решения, наиболее ему удобный и понятный. Подчеркнем также, что при решении задач предполагается использование калькулятора — всюду, где это целесообразно. Применение калькулятора снимает непринципиальные технические трудности, позволяет разобрать больше задач. Однако отметим, что в ряде случаев необходимо считать устно. Для этого полезно знать некоторые факты, например: чтобы увеличить величину на 50%, достаточно прибавить ее половину; чтобы найти 20% величины, надо найти ее пятую часть; что 40% некоторой величины в 4 раза больше, чем ее 10%; что треть величины — это примерно 33% и т.п.

Распродажи

Задача 1. Зонт стоил 360 р. В ноябре цена зонта была снижена на 15%, а в декабре — еще на 10%. Какой стала стоимость зонта в декабре?

Решение. Стоимость зонта в ноябре составляла 85% от 360 р., то есть $360 \cdot 0,85 = 306$ (р.). Второе снижение цены происходило по отношению к новой цене зонта; теперь следует искать 90% от 306 р., то есть

$$306 \cdot 0,9 = 275,4 \text{ (р.)}.$$

Ответ: 275 р. 40 к.

Дополнительный вопрос. На сколько процентов по отношению к первоначальной цене подешевел зонт?

Решение. Найдем отношение последней цены к исходной и выразим его в процентах. Получим 76,5%. Значит, зонт подешевел на 23,5%.

Задача 2. На осенней ярмарке фермер планирует продать не менее одной тонны лука. Ему известно, что при хранении урожая теряется до 15% его массы, а при транспортировке — до 10%. Сколько лука должен собрать фермер, чтобы осуществить свой план?

Решение. Просчитаем худший вариант. Пусть нужно собрать x т лука. Тогда после хранения может остаться $0,85x$ т, и на ярмарку будет доставлено $0,9 \cdot 0,85x$ т. Составим уравнение: $0,9 \cdot 0,85x = 1$, откуда $x \approx 1,3$.

Ответ: не менее 1,3 т.

Задача 3. На сезонной распродаже магазин снизил цены на обувь сначала на 24%, а потом еще на 10%. Сколько рублей можно сэкономить при покупке кроссовок, если до снижения цены они стоили 593 р.?

Решение. В реальной жизни часто вместо точных подсчетов удобно выполнять прикидку. В нашем случае 593 р. — это примерно 600 р., а 24% — это примерно $\frac{1}{4}$. Четверть от 600 р. составляет 150 р. Таким образом, после первой уценки цена кроссовок снизилась на 150 р. и составила примерно 450 р. После второй уценки новая цена кроссовок снизилась еще примерно на 45 р. В итоге кроссовки подешевели примерно на 195 р.

Тарифы

Задача 4. В газете сообщается, что с 10 июня согласно новым тарифам стоимость отправления почтовой открытки составит 3 р. 15 к. вместо 2 р. 75 к. Соответствует ли рост цен на услуги почтовой связи росту цен на товары в этом году, который составляет 14,5%?

Решение. Разность тарифов составляет 0,4 р., а ее отношение к старому тарифу равно 0,14545. Выразив это отношение в процентах, получим примерно 14,5%.

Ответ: да, соответствует.

Дополнительный вопрос. Сколько будет стоить отправка заказного письма, если сейчас эта услуга оценивается в 5 р. 50 к.?

Ответ: 6 р. 30 к.

Задача 5. Тарифы для мобильных телефонов зависят от системы оплаты. В 2000 г. тарифы оплаты по системам К и М были одинаковыми, а в следующие три года последовательно либо увеличивались, либо уменьшались (см. табл.). Сравните тарифы в 2003 г.

Годы	2001	2002	2003
По системе К	Увеличен на 10%	Уменьшен на 3%	Уменьшен на 3%
По системе М	Уменьшен на 5%	Увеличен на 3%	Увеличен на 4%

Решение. В 2003 г. тариф по системе К увеличился по сравнению с исходным примерно на $3,7\%$, а по системе М — на $1,8\%$. Таким образом, тариф по системе К стал выше примерно на $1,9\%$.

Комментарий. Следует обозначить буквой x тарифы М и К в 2000 г., затем последовательно выразить через x все последующие тарифы.

Штрафы

Задача 6. Занятия ребенка в музыкальной школе родители оплачивают в сбербанке, внося ежемесячно 250 р. Оплата должна производиться до 15-го числа каждого месяца, после чего за каждый просроченный день начисляется пеня в размере 4% от суммы оплаты занятий за один месяц. Сколько придется заплатить родителям, если они просрочат оплату на неделю?

Решение. Так как 4% от 250 р. составляют 10 р., то за каждый просроченный день сумма оплаты будет увеличиваться на 10 р. Если родители просрочат оплату на один день, то им придется заплатить 250 + 10 = = 260 (р.), на неделю — $250 + 10 \cdot 7 = 320$ (р.).

Ответ: 320 р.

Банковские операции

Задача 7. За хранение денег сбербанк начисляет вкладчику 8% годовых. Вкладчик положил на счет 5000 р. и решил в течение пяти лет не снимать деньги со счета и не брать процентные начисления. Сколько денег будет на счете вкладчика через год? через два года? через пять лет?

Решение. Способ I. Так как 8% от 5000 р. составляют 400 р., то через один год на счете окажется $5000 + 400 = 5400$ (р.). В конце второго года банк будет начислять проценты уже на новую сумму. Так как 8% от 5400 р. составляют 432 р., то через два года на счете окажется $5400 + 432 = 5832$ (р.). Вычисляя последовательно, найдем, что через пять лет на счете вкладчика будет 7346 р. 64 к.

Способ II. Через год начальная сумма вклада увеличивается на 8%, значит, новая сумма составит от первоначальной 108%. Таким образом, через год вклад увеличится в $\frac{108}{100} = 1,08$ раза и составит $5000 \cdot 1,08$ (р.). Еще через год образовавшаяся на счете сумма снова увеличится в 1,08 раза. Таким образом, через два года на счете будет

$$(5000 \cdot 1,08) \cdot 1,08 = 5000 \cdot 1,08^2 \text{ (р.)}.$$

Аналогично, через три года $5000 \cdot 1,08^3$ (р.). и т.д. Теперь видно, что вклад растет в геометрической прогрессии, и через пять лет сумма на счете вкладчика составит $5000 \cdot 1,08^5$ (р.), то есть 7346,64 р.

Следует обратить внимание учащихся, что в рассмотренной ситуации начислялись так называемые *сложные* проценты, то есть здесь можно воспользоваться формулой (1) из темы 3.

Голосование

Задача 8. Из 550 учащихся школы в референдуме по вопросу о введении ученического совета участвовали 88% учащихся. На вопрос референдума 75% принявших участие в голосовании ответили «да». Какой процент от числа всех учащихся школы составили те, кто ответил положительно?

Решение. Выразим проценты дробями и найдем число учащихся, утвердительно ответивших на вопрос референдума: $550 \cdot 0,88 \cdot 0,75 = 363$ (чел.). Теперь найдем ответ на вопрос задачи: $\frac{363}{550} = 0,66$ — это 66%.

Дополнительный вопрос. Можно ли ответить на вопрос задачи, не зная числа учащихся школы?

Ответ: да.

Задачи для самостоятельного решения

1. Антикварный магазин приобрел старинный предмет за 30 тыс. р. и выставил его на продажу, повысив цену на 60%. Но этот предмет был продан лишь через неделю, когда магазин снизил его новую цену на 20%. Какую прибыль получил магазин при продаже антикварного предмета?

2. На весенней распродаже в одном магазине шарф стоимостью 350 р. уценили на 40%, а через неделю — еще на 5%. В другом магазине шарф такой же стоимости уценили сразу на 45%. В каком магазине выгоднее купить шарф?

3. Во время распродажи масляные краски для рисования стоимостью 213 р. за коробку продавали на 19% дешевле. Сколько примерно денег сэкономит художественная студия, если она купит партию в 150 коробок?

4. В начале года тариф на электроэнергию составлял 40 к. за 1 кВт · ч. В середине года он увеличился на 50%, а в конце года — еще на 50%. Как вы считаете, увеличился тариф на 100%? менее чем на 100%? более чем на 100%?

5. Стоимость проезда в городском автобусе составляла 5 р. В связи с инфляцией она возросла на 200%. Во сколько раз повысилась стоимость проезда в автобусе? Можно ли ответить на поставленный вопрос, не зная стоимости проезда?

6. В этом году тарифы на услуги лодочной станции оказались на 20% ниже, чем в прошлом году. Можно ли утверждать, что в прошлом году тарифы были на 20% выше, чем в нынешнем году?

7. За несвоевременное выполнение договорных обязательств сотрудник фирмы лишается 25% месячного оклада и, кроме того, за каждый просроченный месяц к штрафу прибавляется 59% месячного оклада. Оклад сотрудника 10 тыс. р. В каком размере он должен заплатить штраф при нарушении сроков на 5 месяцев?

8. Вкладчик открыл счет в банке, внеся 2000 р. на вклад, годовой доход по которому составляет 12%. Какая сумма будет лежать на его счете через год? через два года? через 6 лет?

ФОТО НА КОНКУРС

Проценты в нашей жизни

Автор: И.К. Воробьева, лицей № 1, г. Тутаев, Ярославская обл.

9. Банк обещает вкладчикам удвоить их сбережения за пять лет, если они воспользуются вкладом «Накопление» с годовой процентной ставкой 16%. Проверьте, выполнит ли банк свое обязательство.

10. В прошлом году Антон для оплаты своего обучения воспользовался кредитом сбербанка, взяв сумму 40 тыс. р. с обязательством возвратить кредит (с учетом 20% годовых) через 3 года. В этом году снижены процентные ставки для кредита на обучение в образовательных учреждениях с 20% до 19% годовых. Поэтому у Бориса, последовавшему примеру брата, долг окажется меньше. На сколько?

11. Собрание гаражного кооператива считается имеющим силу, если в собрании приняли участие $\frac{2}{3}$ всех его членов и за решение проголосовали не менее 50% присутствующих. В гаражном кооперативе 240 человек. На собрание пришли 168, а за положительное решение обсуждаемого вопроса проголосовало 86 человек. Какое принято решение?

Ответы

1. 8,4 тыс. рублей. **2.** Выгоднее купить во втором магазине. **3.** Примерно 6 тыс. р. **4.** Тариф на электроэнергию увеличился более чем на 100%. **5.** В 3 раза. *Указание*. Пусть учащиеся сделают рисунок. **6.** Нет. *Комментарий*. Рисунок поможет убедиться, что в прошлом году тарифы по сравнению с нынешним годом были выше на 25%. **7.** 5 тыс. р. **8.** 2240 р.; 2508 р. 80 к.; 3947 р. 65 к. **9.** Да, вклад увеличится в $1{,}16^5$ раза, то есть более чем в 2 раза. **10.** Примерно на 1700 р. **11.** Положительное.

Рекомендуемая литература

1. *Балаян Э.Н.* Как сдать ЕГЭ по математике на 100 баллов. — Ростов-на-Дону: Феникс, 2003.

2. *Будлянская Н.Л., Сумина Г.Н.* Решение текстовых задач: Пособие для учащихся. — Комсомольск-на-Амуре, 2004.

3. *Денищева Л.О., Глазков Ю.А., Краснянская К.А., Рязановский А.Р., Семенов П.В.* Учебно-тренировочные материалы для подготовки к единому государственному экзамену. Математика. — М.: Интеллект-Центр, 2005.

4. *Дорофеев Г.В., Седова Е.А.* Процентные вычисления: Учебно-методическое пособие. — М.: Дрофа, 2003.

5. *Кузнецова Л.В., Бунимович Е.А., Пигарев Б.П., Суворова С.Б.* Сборник заданий для проведения письменного экзамена по алгебре за курс основной школы. 9 класс. — М.: Дрофа, 2002.

6. *Лаппо Л.Д., Морозов А.В., Попов М.А.* Математика. ЕГЭ. — М.: Экзамен, 2005.

7. *Лурье М.В., Александров Б.И.* Задачи на составление уравнений. — М.: Наука, 1990.

8. *Орехов Ф.А.* Решение задач методом составления уравнений. — М.: Просвещение, 1971.

9. *Шарыгин И.Ф.* Факультативный курс по математике. Решение задач. Учебное пособие для 10 класса средней школы. — М.: Просвещение, 1989.

Шеф-редактор С. Островский
Главный редактор Л. Рослова
Ответственный секретарь Т. Черкавская
Редакторы П. Камаев, И. Бокова, В. Бусев
Корректор Л. Громова
Компьютерная верстка: С. Сухарев

Учредитель ООО **«Чистые пруды»**
Газета «Математика» выходит 2 раза в месяц
Цена свободная

Адрес редакции и издателя: ул. Киевская, д. 24, Москва 121165.
Тел./Факс: (499)249 3138
Отдел рекламы: (499)249 9870
Редакция газеты «Математика»: тел.: (499)249 3460
E-mail: mat@1september.ru
WWW:http://mat.1september.ru