Экзамен для учебников? Экзамен для людей

Не знаю, как относятся к учебникам, по которым они учатся, современные школьники. Не спрашивала. Хотя, наверное, было бы любопытно провести небольшое исследование. Помню свое отношение: «Ошибка в учебнике? Нонсенс! Такого не может быть. Как, почему? По определению учебника».

Хотя, наверное, и в то время, когда я ходила в школу, это было не совсем так. Но суть, видимо, в том, что отношение должно быть именно таким. Учитель может ошибиться, а у учебника такого права нет. Конечно, авторы тоже могут где-то допустить ошибку, они живые люди, а математика – материя сложная. Но вся технология работы над учебником, доведения его до состояния, в котором он может попасть в руки ученика: редактирование, экспертиза, апробация и пр., должна искоренять все авторские оплошности и недоработки.

Проблема эта не нова. И в нашей стране в разные времена существовали разные схемы. Конечно, проще, если учебник один. Сложнее, если их много. Много ли авторов, почувствовавших в себе силы написать учебник, много ли издательств, заинтересованных в том, чтобы иметь свою линию, — не столь важно. Важно, чтобы технология отвечала времени и задачам, стоящим перед обществом.

Вопрос: хороша ли та технология, которая действует сегодня. Оправдывает ли себя. Позволю высказать свое мнение. Работает не технология, а один человек – академик В.А. Васильев, который отвечает в РАН за экспертизу учебников по математике. И если бы он не относился к своим обязанностям столь ревностно, количество некачественных учебников не только не сокращалось бы, – например, потому что были отвергнуты профессиональным сообществом, а увеличивалось.

Сложно ли проходить экспертизу? Я тоже отношусь к этому странному, уже не очень-то почитаемому, сообществу авторов учебников, как член авторского коллектива УМК для 5–6-х классов под редакцией Г.В. Дорофеева и И.Ф. Шарыгина. В этом году учебники проходили экспертизу. Удачно. Но замечания у рецензентов были. Моя часть – это геометрия. Указали на неточности в формулировках, ошибки в ответах. Все легко устранимо. С какими-то не согласилась, разъяснила. Меня поняли. Но было одно место, которое можно отнести к разряду «дыр». Про это я знала, знал и Игорь Федорович. Просто сначала лучше сформулировать не смогли, потом подзабыли – никто на эту логическую неувязку не указал, а после его смерти не решались трогать. Но пришлось, и предложенный вариант исправления экспертов устроил. Обычная работа. Вообще-то, наш коллектив качеством экспертизы и работой с экспертами остался доволен. Да, позиции в чем-то разные, но антагонистических противоречий нет, нам кажется, что мы друг друга услышали. А учебники действительно стали лучше. И это главное.

А если честно, писать учебники — дело трудное и неблагодарное. (Это я для тех, кто только подумывает о том, не податься ли ему в авторы учебника!)

Л. Рослова

В ЭТОМ ВЫПУСКЕ

ВНИМАНИЕ, АНОНС!

Читайте в № 5 и № 6 газеты «Математика»

Тема № 5: Нескучная координатная плоскость
Если есть интерес, то будет и результат. И учитель предлагает ребятам строить изображения с помощью точек координатной плоскости, графиков известных им функций или векторов. А если подчинить все рисунки единому замыслу? Например, нарисовать карту звездного неба. Может получиться очень нестандартный урок.

Тема № 6: Обобщающее повторение
Заканчивается изучение темы. Впереди — контрольная работа. Каждый из учеников подошел к ней с определенным уровнем знаний. Надо осмотреться, проанализировать достигнутое, подвести итог, подготовиться к контрольной так, чтобы выполнить ее не хуже своих возможностей.

А также:

Стенгазета. Вып. 5 и 6
День рождения числа π

«Кенгуру»-клуб
Н. Жарковская
Не попади в ловушку!

Л. Горина
Летний математический календарь

#20
Электронный информационный спутник газеты «Математика»

Утвержден перечень учебников на новый учебный год

«С 2008–2009 учебного года в Федеральном перечне учебников останутся только книги, прошедшие строгий отбор экспертных организаций — Российской академии наук и Российской академии образования», — об этом заявил заместитель министра образования и науки РФ Исаак Калина еще в конце лета.

На повышение качества школьных книг, по его словам, заработают и поправки в Закон «Об образовании», которыми определяется порядок отбора издательств, печатающих школьную литературу.

«Однако закон не ограничивает право издательств печатать учебники и учебные пособия. Просто те, кто не пройдет экспертизу, не смогут печатать учебники из федерального перечня», — уточнил Калина.

По словам Калины, как только за учебники взялись специалисты из РАН и РАО, количество издательств уменьшилось на треть. Однако некачественной школьной литературы, к сожалению, до сих пор предостаточно.

По материалам «Российской газеты» от 23 августа 2007 года

Федеральный перечень учебников, рекомендованных Минобрнауки РФ к использованию в образовательном процессе в общеобразовательных учреждениях на 2008/2009 учебный год

(извлечения)

Основное общее образование

Математика

400. *Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С.* и др. Математика. 5 класс. — М.: Мнемозина.

401. *Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С.* и др. Математика. 6 класс. — М.: Мнемозина.

402. *Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б.* и др. Математика. 5 класс. — М.: Просвещение.

403. *Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б.* и др. Математика. 6 класс. — М.: Просвещение.

404. *Зубарева И.И., Мордкович А.Г.* Математика. 5 класс. — М.: Мнемозина.

405. *Зубарева И.И., Мордкович А.Г.* Математика. 6 класс. — М.: Мнемозина.

406. *Истомина Н.Б.* Математика. 5 класс. — М.: Ассоциация XXI век.

407. *Истомина Н.Б.* Математика. 6 класс. — М.: Ассоциация XXI век.

408. *Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н.* и др. Математика. 5 класс. — М.: Просвещение.

409. *Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н.* и др. Математика. 6 класс. — М.: Просвещение.

Алгебра

410. *Башмаков М.И.* Алгебра. 7 класс. — М.: Просвещение.

411. *Башмаков М.И.* Алгебра. 8 класс. — М.: Просвещение.

412. *Башмаков М.И.* Алгебра. 9 класс. — М.: Просвещение.

413. *Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А.* и др. Алгебра. 7 класс. — М.: Просвещение.

414. *Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А.* и др. Алгебра. 8 класс. — М.: Просвещение.

415. *Дорофеев Г.В., Суворова С.Б., Бунимович Е.А.* и др. Алгебра. 9 класс. — М.: Просвещение.

Внимание! Учебники Ю.Н. Макарычева и др. «Алгебра» для 7, 8 и 9 кл. (№ 416—418) предназначены для классов с углубленным изучением математики, а учебники под № 419—420 тех же авторов — для общеобразовательных классов.

416. *Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И.* и др. Алгебра. 7 класс. — М.: Мнемозина.

417. *Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И.* и др. Алгебра. 8 класс. — М.: Мнемозина.

418. *Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И.* и др. Алгебра. 9 класс. — М.: Мнемозина.

419. *Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б.* Алгебра. 7 класс. — М.: Просвещение.

420. *Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б.* Алгебра. 8 класс. — М.: Просвещение.

421. *Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г., Нешков К.И., Суворова С.Б.* Алгебра. 9 класс. — М.: Просвещение.

422. *Мордкович А.Г.* Алгебра. 7 класс. — М.: Мнемозина.

423. *Мордкович А.Г.* Алгебра. 8 класс. — М.: Мнемозина.

424. *Мордкович А.Г., Семенов П.В.* Алгебра. 9 класс. — М.: Мнемозина.

425. *Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н.* и др. Алгебра. 7 класс. — М.: Просвещение.

426. *Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н.* и др. Алгебра. 8 класс. — М.: Просвещение.

427. *Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н.* и др. Алгебра. 9 класс. — М.: Просвещение.

Геометрия

428. *Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б.* и др. Геометрия. 7–9 классы. — М.: Просвещение.

429. *Погорелов А.В.* Геометрия. 7–9 классы. — М.: Просвещение.

430. *Смирнова И.М., Смирнов В.А.* Геометрия. 7–9 классы. — М.: Мнемозина.

431. *Шарыгин И.Ф.* Геометрия. 7–9 классы. — М.: Дрофа.

Среднее (полное) общее образование

Математика

663. *Башмаков М.И.* Математика (базовый уровень). 10–11 классы. — М.: Просвещение.

664. *Мордкович А.Г., Смирнова И.М.* Математика (базовый уровень). 10 класс. — М.: Мнемозина.

665. *Мордкович А.Г., Смирнова И.М.* Математика (базовый уровень). 11 класс. — М.: Мнемозина.

Алгебра и начала анализа

666. *Башмаков М.И.* Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 класс. — М.: Дрофа.

667. *Башмаков М.И.* Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 11 класс. — М.: Дрофа.

668. *Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И.* Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). 10 класс. — М.: Мнемозина.

669. *Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И.* Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). 11 класс. — М.: Мнемозина.

670. *Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П.* и др. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10–11 классы. — М.: Просвещение.

671. *Мордкович А.Г.* Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10–11 классы. — М.: Мнемозина.

672. *Мордкович А.Г., Семенов П.В.* Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). 10 класс. — М.: Мнемозина.

673. *Мордкович А.Г., Семенов П.В.* Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). 11 класс. — М.: Мнемозина.

674. *Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н.* и др. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни). 10 класс. — М.: Просвещение.

675. *Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н.* и др. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни). 11 класс. — М.: Просвещение.

Геометрия

676. *Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И.* Геометрия (базовый и профильный уровни). 10–11 классы. — М.: Просвещение.

677. *Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б.* и др. Геометрия (базовый и профильный уровни). 10–11 классы. — М.: Просвещение.

678. *Погорелов А.В.* Геометрия (базовый и профильный уровни). 10–11 классы. — М.: Просвещение.

679. *Потоскуев Е.В., Звавич Л.И.* Геометрия (профильный уровень). 10 класс. — М.: Дрофа.

680. *Потоскуев Е.В., Звавич Л.И.* Геометрия (профильный уровень). 11 класс. — М.: Дрофа.

681. *Смирнова И.М.* Геометрия (базовый уровень). 10–11 классы. — М.: Мнемозина.

682. *Смирнова И.М., Смирнов В.А.* Геометрия (базовый и профильный уровни). 10–11 классы. — М.: Мнемозина.

683. *Шарыгин И.Ф.* Геометрия (базовый уровень). 10–11 классы. — М.: Дрофа.

Федеральный перечень учебников, допущенных Минобрнауки РФ к использованию в образовательном процессе в общеобразовательных учреждениях на 2008/2009 учебный год

(извлечения)

Основное общее образование

107. *Шеврин Л.Н., Гейн А.Г., Коряков И.О.* и др. Математика. 5 класс. — М.: Просвещение.

108. *Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И., Ходот Т.Г.* Геометрия. 7 класс. — М.: Просвещение.

109. *Александров А.Д.* и др. Геометрия. 8 класс. — М.: Просвещение.

Внимание! Учебники Н.Я. Виленкина и др. «Алгебра» для 8 и 9 кл. (№ 110, 111), А.Д. Александрова и др. «Геометрия, 8» (№ 109) предназначены для классов с углубленным изучением математики. Учебник А.Д. Александрова и др. (№ 108) предназначен для общеобразовательных классов.

110. *Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Сурвилло Г.С.* и др. Алгебра. 8 класс. — М.: Просвещение.

111. *Виленкин Н.Я., Сурвилло Г.С., Симонов А.С.* и др. Алгебра. 9 класс. — М.: Просвещение.

112. *Мордкович А.Г., Николаев Н.П.* Алгебра. 8 класс. — М.: Мнемозина.

113. *Мордкович А.Г., Николаев Н.П.* Алгебра. 9 класс. — М.: Мнемозина.

114. *Муравин Г.К., Муравин К.С., Муравина О.В.* Алгебра. 7 класс. — М.: Дрофа.

Среднее (полное) общее образование

218. *Башмаков М.И.* Математика (базовый уровень). 10 класс. — М.: Академия.

219. *Бутузов В.Ф.* Математика (базовый уровень). 11 класс. — М.: Дрофа.

220. *Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В., Ткачева М.В.* и др. Алгебра и начала математического анализа (профильный уровень). 10 класс. — М.: Мнемозина.

221. *Колягин Ю.М., Ткачева М.В, Фёдорова Н.Е.* и др. под ред. Жижченко А.Б. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни). 10 класс. — М.: Просвещение.

Продолжение разговора об экспертизе учебников

На вопросы главного редактора газеты «Математика» **Л.О. Рословой** отвечает председатель подкомиссии по математике комиссии РАН по экспертизе учебников академик РАН **В.А. Васильев**

В прошлом году мы начали важный разговор о проблеме повышения качества школьных учебников. Качество учебников, попадающих в школу, волнует не только учителей или специалистов-предметников, но и многих родителей. В последние годы действует новая процедура экспертизы, согласно которой учебники проходят экспертизу в двух академиях: РАН и РАО. Особенность прошедшего раунда работы состоит в том, что с предстоящего учебного года в Федеральном перечне останутся только те учебники, которые прошли отбор этих двух солидных организаций. Сегодня мы продолжаем беседу с академиком РАН **Виктором Анатольевичем Васильевым**, начатую год назад.

Л.Р. Виктор Анатольевич, завершился второй сезон рецензирования школьных учебников Российской академией наук. Год назад Вы рассказали читателям газеты о том, как проводилась экспертиза, с какими проблемами пришлось столкнуться. Как проходила работа в этом году? Что изменилось?

В.В. Строго говоря, это уже третий сезон, но в первый мы рассмотрели всего пять учебников. Сейчас работы сильно прибавилось: пришлось проверить 67 учебников (против 41 в прошлом году), из них я сам прочитал 34: 27 сразу и еще 7 переделывая некондиционную работу рецензентов. Небольшое формальное отличие состояло в том, что теперь две комиссии — РАН и РАО — принимают окончательное решение, то есть для одобрения учебника необходимо и достаточно получить положительные заключения обеих комиссий. В прошлом году это решение еще утверждала некоторая министерская структура, однако и тогда это утверждение было почти формальной процедурой.

Л.Р. Экспертизу проходили как новые учебники, так и те, которые уже имели гриф. Всем ли учебникам, имевшим гриф, удалось получить его снова?

В.В. Конечно, не всем.

Л.Р. К сожалению, поддаваясь агитации со стороны издательств, рекламирующих еще не прошедшие экспертизу учебники, учителя не всегда обращают внимание на то, есть гриф или его нет, а иногда просто не имеют такой информации. Не могли бы Вы назвать учебники, получившие отрицательные отзывы?

В.В. Не прошли экспертизу следующие учебники: Э.И. Александрова «Математика, 5»; А.Г. Ванцян «Математика, 5» (6-й класс в обоих случаях не рассматривался); М.Б. Волович «Математика» для 5 и 6-го кл. и «Геометрия» для 7, 8 и 9-го кл.; Г.В. Дорофеев и Л.Г. Петерсон «Математика» для 5 и 6-го кл.; Т.Г. Ходот «Наглядная геометрия, 6» (5-й класс прошел в прошлом году); Л.Н. Шеврин и др. «Математика, 6» (5-й класс прошел); А.Д. Александров и др. «Геометрия, 7–9» и «Геометрия (профильная), 10»; Ш.А. Алимов и др. «Алгебра» для 7, 8 и 9-го кл. и «Алгебра и начала анализа, 10–11»; В.А. Гусев «Геометрия, 7–9»; Г.К. Муравин и др. «Алгебра» для 8 и 9-го кл. и «Алгебра и начала анализа, 11»; Г.В. Дорофеев и др. «Алгебра и начала анализа, 10»; М.И. Шабунин и А.А. Прокофьев «Алгебра. Начала математического анализа, 10» (Бином»); М.И. Башмаков «Математика, 11» («Академия»); Ю.М. Колягин и др. — оба учебника «Алгебра и начала анализа» для профильного 11-го класса (как в версии «Мнемозины», так и новый учебник от «Просвещения»). Формально говоря, ни в одном случае нельзя гарантировать, что на будущий год или позже учебник не будет переделан так хорошо, что его можно будет пропустить. Например, в этом году успешно прошли проверку несколько учебников, доработанных по замечаниям из прошлогодней (неудачной для них) экспертизы. Однако некоторые учебники вызывают большие сомнения в том, что их авторы смогут самостоятельно выполнить такую доводку. На мой взгляд, учебники Александровой, Александрова–Вернера–Рыжика (10-й профильный), Ванцяна, Воловича и некоторые другие хорошо бы было переписать с начала до конца.

Л.Р. Некоторые авторы считают, что получают отрицательные отзывы на свои учебники, потому что рецензенты не понимают и не принимают их авторские концепции и методические подходы. Так ли это? Что бы изменилось, если бы авторы имели возможность донести свои педагогические и методические идеи до рецензентов?

В.В. Лично я не считаю себя настолько компетентным в вопросах педагогики, чтобы оценивать концепции и методические подходы. Более того, это и не требуется по статусу нашей подкомиссии. Наша задача гораздо примитивнее: проверить, что все теоремы правильно сформулированы и доказаны, что решения задач верны, чертежи и математические модели адекватны, рассуждения не содержат ошибок, определениям удовлетворяют те и только те объекты, которые имеются в виду, в исторических отступлениях никому не приписаны чужие результаты… и это почти все, хотя весь спектр встречающихся ошибок в фактическом материале поистине необозрим и непредсказуем.

Разумеется, если методический подход авторов предполагает формулировку неверных, противоречивых определений, логически некорректные доказательства, использование при решении задач не сформулированных в условии дополнительных допущений и т.п., то такая «авторская концепция» имеет столько же шансов на понимание с нашей стороны, как и творческий подход к содержанию таблицы умножения. С другой стороны, непонимание между математиками и некоторыми представителями образовательного сообщества (включая методистов, авторов учебников, министерских и региональных чиновников) действительно встречается и является серьезной проблемой. На мой взгляд, наше нынешнее сотрудничество, призванное отчасти улучшить эту ситуацию, чрезвычайно полезно и аналогично общению с так называемыми «носителями языка» в преподавании иностранных языков. Хороший преподаватель-лингвист использует такое общение при каждой возможности, а плохой боится, что «носитель» прилюдно не поймет, что с ним пытаются говорить на его родном языке, и уклоняется от этого общения, например, под предлогом педагогической некомпетентности этих «носителей». Золотой век нашей школьной математики приходиться на время, когда университетские профессора подрабатывали на полставки в пединститутах, читали там лекции, руководили аспирантами и дипломниками. При этом они поддерживали понимание того, что́ такое математика на самом деле, зачем она нужна, что в ней принципиально, что может оказаться важным в связи с меняющимися жизненными реалиями. Кроме того, это люди, участвовавшие по крайней мере в одном успешном педагогическом процессе — их собственном образовании. Разрыв между педагогическим и исследовательским сообществом приводит к быстрому вырождению школьной математики в систему исполнения непонятных ритуалов наподобие «Обряда дома Месгрейвов» у Конан Дойла. К сожалению, у этой тенденции появились и свои герои — учителя, с великой пассионарностью вовлекающие учеников во вдохновенное разучивание «священных» математических текстов и талантливо разрабатывающие для этого мнемоническую технику (вместо того, чтобы разобраться в содержании предмета), и даже свои законоучители — методисты и авторы учебников, не понимающие сути предмета. Это непонимание вылезает у них на каждой странице, но, к сожалению, это слишком тонкая материя, чтобы на этом основании можно было критиковать учебник в таком нервном вопросе, как министерское грифование. К счастью, непонимание содержания автором практически всегда приводит к огромному количеству конкретных ошибок, которые мы критиковать уже можем. Например, я уже два раза писал отрицательные рецензии на один учебник, каждый раз находя там по 100 серьезных огрехов, в том числе примерно по 30 конкретных математических ошибок. В этом году получил третий вариант, в котором, в частности, утверждается, что гипотенуза равна катету, деленному на СИНУС ПРИЛЕЖАЩЕГО или на КОСИНУС ПРОТИВОЛЕЖАЩЕГО угла, а при вычислении косинуса некоторого угла получается значение МИНУС КОРЕНЬ ИЗ ДВУХ. И ведь ничего не дрогнуло в сердце у человека — между прочим, не простого, а завкафедрой методики преподавания математики и председателя спецсовета, «пекущего» нам докторов педнаук! Или вот: одна влиятельная дама, демонстрирующая стойкую неспособность правильно разделить с остатком шестизначное число на четырехзначное, но зато способная привести целую страницу чертежей без какой-либо ссылки или другого указания, к чему эти чертежи относятся, дает следующую задачу: «*В одном городке на территории Грузии каждый житель говорит либо по-грузински, либо по-русски, либо на обоих языках. Известно, что 80% жителей говорят по-грузински и столько же по-русски. Сколько процентов населения городка говорит на обоих языках?*» Оказывается, ответ — 200%. Особенно грустное впечатление обычно производят попытки авторов, специализировавшихся на учебниках для начальной школы, написать что-то для 5–6-го классов, а то и старше. По-видимому, в педагогических сферах, связанных с начальной школой, совершенно не распространено понимание того, что нельзя написать хороший учебник, не зная предмета. И вот возникают учебники, написанные, возможно, с методическим мастерством и с уверенностью в полезности этого творчества, однако описывающие не математику, а нечто совсем другое, дезориентирующие и (на мой субъективный взгляд) оглупляющие детей. Объяснить же это авторам невозможно, как невозможно объяснить графоману, чем его стихи уступают Пушкину. Некоторые из этих учебников — полная катастрофа, вызывающая серьезнейшие сомнения в том, что учебники тех же авторов для начальной школы действительно на что-то пригодны.

Л.Р. Вы и Ваши коллеги проделываете большую работу по доведению каждого учебника, каждой строчки и каждой задачи, до «безошибочного состояния». Но вот какое есть противоречие. Учителя, присылая конспекты своих уроков в газету, чрезвычайно редко указывают учебник, по которому работают, и не так часто в этих уроках можно прочесть, что учащиеся должны работать с текстом учебника. Но и текст, произносимый учителем, мягко говоря, имеет с ним мало общего. Конечно, учитель не должен быть простым пересказчиком, декламатором текста. Но возникает вопрос, а знакомятся ли вообще учащиеся с текстом, если они его не читают и не слышат. Ваше отношение к этому?

В.В. Я рассматриваю учебник как логический стержень курса, расшифровку учебной программы и эталон строгости изложения. Учебник должен дать возможность догнать класс проболевшему ученику, разобраться в вопросе, если что-то ускользнуло или было невнятно сказано на уроке, вспомнить прошлогодний материал. Кроме того, в своем большинстве учебники являются и основными сборниками задач.

Л.Р. Отдельный интерес представляют учебники для школ и классов с углубленным изучением математики. Это особая «зона ответственности» ученых РАН, поскольку именно по этим учебникам учатся будущие математики. Проходили ли экспертизу в этом и прошлом году учебники для углубленки? Соответствуют ли они стоящей перед ними задаче подготовки учащихся, имеющих к математике интерес и способности?

В.В. Забавно, что *из прочитанных мной в этом году* наибольшее впечатление своей пригодностью к углубленному обучению произвели два учебника, не числящиеся профильными. Во-первых, это учебник И.Ф. Шарыгина по геометрии для 10–11-х классов («Дрофа») и, во-вторых, учебник А.Н. Колмогорова и др. «Алгебра и начала анализа» («Просвещение»), особенно его последняя глава. В обоих случаях я сожалею, что не имел возможности учиться по ним в мои школьные годы; в рецензии на второй из них я пишу, что наконец-то понял, откуда авторы многочисленных дрянных учебников заимствуют хорошие задачи, которых сами не понимают. Неплохое впечатление произвел двухтомник Н.Я. Виленкина, О.С. Ивашева-Мусатова и С.И. Шварцбурда для 10-го и 11-го классов. (Возможно, есть и еще хорошие учебники, но я говорю только о тех, которые прочитал сам.) Однако большинство учебников, озаглавленных как профильные или «для углубленного изучения», это лишь слегка дополненные «базовые» книги. Понятно, что профильный математический класс в среднестатистической школе не ориентируется на массовое воспитание будущих профессионалов-математиков, но соответствующие учебники должны, на мой взгляд, хотя бы содержать необязательный материал, позволяющий на приличном уровне получить дополнительные знания и понимание, например, в школьных или городских кружках, самостоятельно или с помощью родителей.

ПРОВЕРКА ЗНАНИЙ

Т. КОСЯКОВА,
г. Краснодар

Тесты на припоминание

Основные трудности, с которыми сталкиваются учителя при организации контроля умений и навыков, это:

— как быстро и оперативно осуществить проверку работ учащихся;

— как выявить, на каком этапе ученик делает ошибку;

— как поддерживать запоминание предыдущего материала.

Для этих целей, а также для активизации работы на уроке я применяю тесты на припоминание. Эта форма работы позволяет организовать обратную связь, быстро подготовить учащихся к восприятию нового материала. В этих тестах нет сложных заданий, это задания базового уровня; простые, но вызывающие частые, порой обидные ошибки у моих учеников. Систематическое применение таких тестов дает положительные результаты в обучении. Мои ученики стали более осознанно работать с формулами, лучше выполнять простые преобразования с применением одной-двух формул, не робеют при виде сложных, громоздких заданий.

Тест № 1

ВАРИАНТ 1

1. Если $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$, то…

А. $\sin\alpha>0$. **Б.** $\sin\alpha<0$.

В. $\sin\alpha\le 0$. **Г.** $\sin\alpha=0$.

2. Если тригонометрическая функция угла α имеет следующие знаки в координатных четвертях:

I — «+», II — «–», III — «–», IV — «+»,

то эта функция…

А. $\cos\alpha$. **Б.** $\sin\alpha$. **В.** $\operatorname{tg}\alpha$. **Г.** $\operatorname{ctg}\alpha$.

3. Установите соответствие между элементами левого и правого столбиков.

а) $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha$;	1) $\frac{1}{\cos\alpha}$;
б) $2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$;	2) $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$;
в) $\pm\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$;	3) 1;
г) $\operatorname{ctg}\alpha$;	4) $1+\operatorname{ctg}^2\alpha$;
д) $\frac{1}{\sin^2\alpha}$.	5) $\sin\alpha$.

4. Закончите предложение, чтобы получилось верное равенство.

А. $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=$ **Б.** $\operatorname{tg}(\pi+\alpha)=$

В. $\sin(2\pi+\alpha)=$ **Г.** $\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=$

Д. $\operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=$ **Е.** $\cos(\pi+\alpha)=$

ВАРИАНТ 2

1. Если $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$, то…

А. $\cos\alpha>0$. **Б.** $\cos\alpha<0$.

В. $\cos\alpha\le 0$. **Г.** $\cos\alpha=0$.

2. Если тригонометрическая функция угла α имеет следующие знаки в координатных четвертях:

$$\text{I — «+», II — «–», III — «+», IV — «–»,}$$

то эта функция...

А. $\cos\alpha$. **Б.** $\sin\alpha$. **В.** $\operatorname{tg}\alpha$. **Г.** $\cos 10\alpha$.

3. Установите соответствие между элементами левого и правого столбиков.

а) $\operatorname{tg}\alpha\operatorname{ctg}\alpha$;	1) $\pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$;
б) $\sin\alpha$;	2) $\cos 2\alpha$;
в) $\cos\alpha$;	3) 1;
г) $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha$;	4) $1+\operatorname{tg}^2\alpha$;
д) $\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$.	5) $\pm\sqrt{\dfrac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}}$.

4. Закончите предложение, чтобы получилось верное равенство.

А. $\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=$ **Б.** $\operatorname{ctg}(\pi-\alpha)=$ **В.** $\cos(\pi+\alpha)=$

Г. $\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)=$ **Д.** $\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=$ **Е.** $\cos(2\pi+\alpha)=$

Комментарий. Ответы на задания теста учащиеся записывают на отдельном листе, указывая номер вопроса и букву, соответствующую верному, по их мнению, ответу. Ответы на задание 3 записывают друг под другом, указывая сначала букву из правого столбика, а рядом с ней цифру из левого столбика. Ответы на задание 4 записывают, указывая букву, соответствующую выражению, и рядом с ней пишут выражение, которое должно стоять справа от знака равенства.

Тест № 2

ВАРИАНТ 1

1. Установите соответствие между функциями

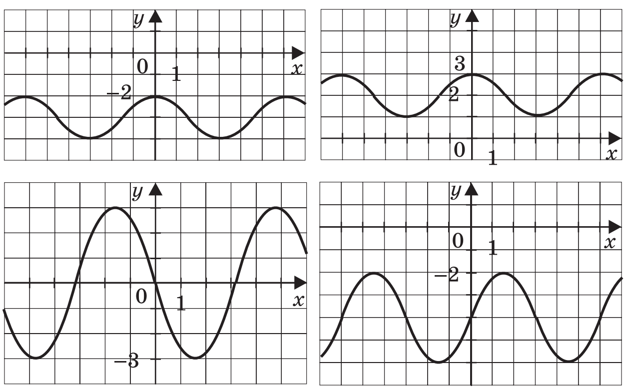
1) $y = \sin x + 2$;

2) $y = 2\sin x - 4$;

3) $y = \cos x - 3$;

4) $y = -3\sin x$

и графиками, изображенными на рисунках.



2. Установите соответствие между функцией и множеством значений функции.

а) $y = 2\sin x$;	1) $E(y) = [-2; 0]$;
б) $y = \operatorname{tg} 4x - 5$;	2) $E(y) = [-2; 2]$;
в) $y = 3\cos x + 2$;	3) $E(y) = (-\infty; +\infty)$;
г) $y = \sin 2x - 1$.	4) $E(y) = [-1; 5]$.

3. Множество значений одной из функций есть промежуток $[-5; 5]$:

А. $y = 5\operatorname{tg} x - 10$. **Б.** $y = 3\cos x + 1$.

В. $y = -5\sin x$. **Г.** $y = \cos 5x + 5$.

ВАРИАНТ 2

1. Установите соответствие между функциями

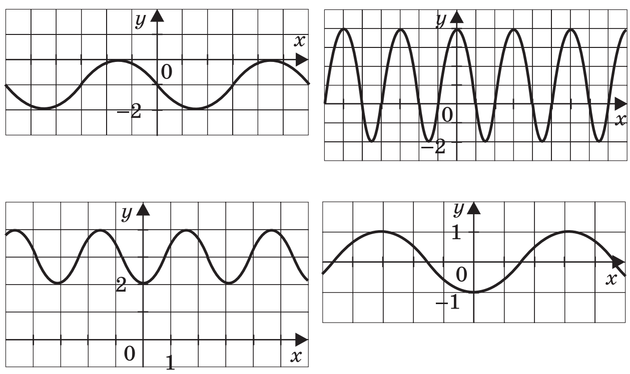
1) $y = -\cos 2x + 3$;

2) $y = 3\cos 2x + 1$;

3) $y = -\cos x$;

4) $y = -\sin x - 1$

и графиками, изображенными на рисунках.



2. Установите соответствие между функцией и множеством ее значений.

а) $y = 3\sin x + 4$;	1) $E(y) = [1; 7]$;
б) $y = 4\cos 2x + 1$;	2) $E(y) = [-5; 5]$;
в) $y = 2\operatorname{tg} x - 3$;	3) $E(y) = (-\infty; +\infty)$;
г) $y = 5\cos x$.	4) $E(y) = [-3; 5]$.

3. Множество значений одной из функций есть промежуток $[-6; -4]$:

А. $y = 6\cos x$. **Б.** $y = \cos x - 5$.

В. $y = \sin x + 3$. **Г.** $y = \sin 6x - 4$.

XVII Турнир Архимеда

Оргкомитет Турнира Архимеда совместно с редакцией газеты «Математика» объявляет заочный конкурс решения задач для учащихся 6–7-х классов.

Уважаемые коллеги! Предложите эти задачи своим ученикам. Победителей конкурса ждут призы редакции газеты «Математика» и оргкомитета Турнира Архимеда. Решения просим выслать до 31 марта 2008 г. (по почтовому штемпелю) по адресу: 121165, Москва, ул. Киевская, 24, редакция газеты «Математика», с пометкой на конверте: «Турнир». В письмо следует также вложить конверт с маркой и адресом школьника — в нем будут высланы результаты проверки. В письме просим указать номер школы, класс и фамилию, имя, отчество учителя математики.

Желаем успехов!

Задачи конкурса

1. Верно ли неравенство? Вася утверждает, что неравенство

$$\overline{\text{ДВА}} \times \overline{\text{ШЕСТЬ}} < \overline{\text{ДВАДЦАТЬ}}$$

верно для любых значений букв. Прав ли он? Ответ обоснуйте. Известно, что разные буквы обозначают разные цифры, а одинаковые буквы – одинаковые цифры.

2. Карточки в конверте. Можно ли карточки с написанными на них натуральными числами 1, 2, ..., 25 разложить в конверты так, чтобы в каждом конверте наибольшее число было равно сумме всех остальных чисел?

3. Хоровод цифр. Можно ли расставить на окружности цифры 0, 1, 2, ..., 9 так, чтобы сумма любых трех из них, идущих подряд, не превышала: а) 13; б) 15?

4. Игра на большой доске. На доске 2008×2008 двое игроков по очереди красят клетки в черный цвет. Первый имеет право закрашивать по одной клетке, а второй — «уголок» из трех клеток. Каждую клетку можно закрашивать один раз. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

5. *Продолжение предыдущей задачи.* Изменится ли ответ, если первый имеет право закрашивать квадрат 2×2?

6. «Ну, погоди!» Перед очередными съемками Волк и Заяц соревнуются в беге на 5,5 км. Известно, что Волк пробегает каждый участок дистанции длиной в 1 км за 8 мин, а Заяц — за 8 мин и 1 сек. Свидетели утверждают, Заяц оказался на финише раньше Волка. Могло ли так случиться?

7. Квадраты и прямоугольники. Разделите квадрат 13×13 на 5 прямоугольников так, чтобы все десять чисел, выражающих длины сторон прямоугольников, были различными целыми числами.

8. Рыцари и лжецы. На некотором острове живут только рыцари и лжецы, причем рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Каждый житель острова утверждает:

1) «Все мои знакомые знают друг друга»;

2) «Среди моих знакомых лжецов не меньше, чем рыцарей».

Верно ли, что рыцарей на острове не меньше, чем лжецов?

В. АЛЕКСЕЕВ, А. БЕГУНЦ, О. КОСУХИН, В. ПАНФЁРОВ, И. СЕРГЕЕВ, В. ТАРАСОВ, В. УШАКОВ,
МОСКВА

Решения задач письменного тура олимпиады «Ломоносов-2007»

Приводятся три варианта каждой из десяти задач. Решаются все задачи третьего варианта. Задачи остальных вариантов предлагаются для самостоятельного решения. К ним даны ответы.

Задача № 1

1. Вычислить: $(\sin\alpha - \cos\alpha)(\sin\beta - \cos\beta)$, если
$\sin(\alpha+\beta) = 0{,}8$ и $\cos(\alpha-\beta) = 0{,}3$.
Ответ: $-0{,}5$.

2. Вычислить: $(\sin\alpha + \cos\alpha)(\sin\beta - \cos\beta)$, если
$\sin(\alpha-\beta) = 0{,}5$ и $\cos(\alpha+\beta) = 0{,}2$.
Ответ: $-0{,}7$.

3. Вычислить: $(\sin\alpha - \cos\alpha)(\sin\beta + \cos\beta)$, если
$\cos(\alpha+\beta) = 0{,}7$ и $\sin(\alpha-\beta) = 0{,}4$.

Решение. $(\sin\alpha - \cos\alpha)(\sin\beta + \cos\beta) =$
$= \sin\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta - \cos\alpha\cos\beta =$
$= (\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta) - (\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta) =$
$= \sin(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta) = 0{,}4 - 0{,}7 = -0{,}3$.

Ответ: $-0{,}3$.

Задача № 2

1. Решить уравнение $\sqrt{2^{x^2}} = \left(2^{\sqrt[5]{x}}\right)^5$.

Ответ: 0; $\sqrt[9]{10^5}$.

2. Решить уравнение $\sqrt{3^{x^2}} = \left(3^{\sqrt[4]{x}}\right)^4$.

Ответ: 0; $2\sqrt[7]{32}$.

3. Решить уравнение $\sqrt{5^{x^2}} = \left(5^{\sqrt[3]{x}}\right)^3$.

Решение.

$$5^{\frac{x^2}{2}} = 5^{3\sqrt[3]{x}} \Leftrightarrow x^2 = 6\sqrt[3]{x} \Leftrightarrow x^6 = 6^3 x \Leftrightarrow x\left(x^5 - 216\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ или } x = \sqrt[5]{216}.$$

Ответ: 0; $\sqrt[5]{216}$.

Задача № 3

1. Какие значения может принимать выражение $\log_{b_{11}b_{50}}\left(b_1 b_2 \cdot \ldots \cdot b_{60}\right)$, где b_1, b_2, … — геометрическая прогрессия?

Ответ: 30.

2. Какие значения может принимать выражение $\log_{b_{21}b_{50}}\left(b_1 b_2 \cdot \ldots \cdot b_{70}\right)$, где b_1, b_2, … — геометрическая прогрессия?

Ответ: 35.

3. Какие значения может принимать выражение $\log_{b_{31}b_{50}}\left(b_1 b_2 \cdot \ldots \cdot b_{80}\right)$, где b_1, b_2, … — геометрическая прогрессия?

Решение. Пусть q — знаменатель геометрической прогрессии ($0 < q \neq 1$), b_1 — ее первый член ($b_1 \neq 0$). Используем стандартный прием — все выразим через b_1 и q:

$$b_{31} \cdot b_{50} = b_1 q^{30} \cdot b_1 q^{49} = b_1^2 \cdot q^{79};$$

$$b_1 b_2 \cdot \ldots \cdot b_{80} = b_1 \cdot b_1 q \cdot b_1 q^2 \cdot \ldots \cdot b_1 q^{79} =$$

$$= b_1^{80} \cdot q^{\frac{(1+79)\cdot 79}{2}} = b_1^{80} \cdot q^{79\cdot 40} = \left(b_1^2 \cdot q^{79}\right)^{40}.$$

Значит,

$$\log_{b_{31}b_{50}}\left(b_1 b_2 \cdot \ldots \cdot b_{80}\right) = \log_{b_1^2 q^{79}}\left(b_1^2 q^{79}\right)^{40} =$$

$$= 40\log_{b_1^2 q^{79}}\left(b_1^2 q^{79}\right) = 40.$$

Ответ: 40.

Задача № 4

1. Решить неравенство $\dfrac{\sqrt{8-x} - |2x-1|}{\sqrt{x+7} - |2x-1|} \leq 1$.

Ответ: $-7 \leq x < -\dfrac{3}{4}$; $\dfrac{1}{2} \leq x < 2$.

2. Решить неравенство $\dfrac{\sqrt{x+8} - |2x+1|}{\sqrt{7-x} - |2x+1|} \geq 1$.

Ответ: $-8 \leq x < -2$; $-\dfrac{1}{2} \leq x < \dfrac{3}{4}$.

3. Решить неравенство $\dfrac{\sqrt{x+7} - |2x-1|}{\sqrt{8-x} - |2x-1|} \geq 1$.

Решение.

$$\frac{\sqrt{x+7} - |2x-1|}{\sqrt{8-x} - |2x-1|} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+7} - \sqrt{8-x}}{\sqrt{8-x} - |2x-1|} \geq 0. \qquad (*)$$

Последнее неравенство (*) можно решить стандартным методом интервалов. Мы приведем иное решение. А именно, заменим разности неотрицательных выражений (множителей) разностью их квадратов (с учетом ОДЗ):

$$(*) \Leftrightarrow \frac{\left(\sqrt{x+7}\right)^2 - \left(\sqrt{8-x}\right)^2}{\left(\sqrt{8-x}\right)^2 - |2x-1|^2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x+7-(8-x)}{8-x-(2x-1)^2} \geq 0, \\ x+7 \geq 0, \\ 8-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2x-1}{4\left(x-\dfrac{7}{4}\right)(x+1)} \leq 0, \\ -7 \leq x \leq 8 \end{cases} \overset{\text{рис. 1}}{\Leftrightarrow} -7 \leq x < -1 \cup \frac{1}{2} \leq x < \frac{7}{4}.$$

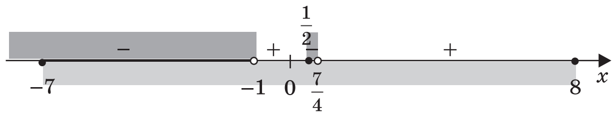


Рис. 1

Корректность этой удобной замены (ведь сразу пропали и корни, и модуль) вытекает из монотонного возрастания квадратичной функции $y = t^2$ при $t \in [0; +\infty)$. Действительно, здесь при любых неотрицательных t_1 и t_2 $\begin{cases} t_1 - t_2 \geq 0, \\ t_1,\, t_2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow t_1^2 - t_2^2 \geq 0.$

Ответ: $x \in [-7; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right)$.

Задача № 5

1. На стороне AB треугольника ABC взята такая точка D, что окружность проходит через точки A, C и D, касается прямой BC. Найти AD, если $AC = 9$, $BC = 12$ и $CD = 6$.

Ответ: 10.

2. На стороне AC треугольника ABC взята такая точка D, что окружность, проходящая через точки A, B и D, касается прямой BC. Найти AD, если $AB = 18$, $AC = 36$ и $BD = 15$.

Ответ: 11.

3. На стороне BC треугольника ABC взята такая точка D, что окружность, проходящая через точки A, B и D, касается прямой AC. Найти BD, если $AB = 12$, $AD = 9$ и $DC = 18$.

Решение. По свойству угла CAD между касательной и хордой и по теореме о вписанном угле B имеем равенство углов (рис. 2):

$$\begin{cases} \angle CAD = \frac{1}{2} \cup AnD, \\ \angle ABD = \frac{1}{2} \cup AnD \end{cases} \Rightarrow \angle CAD = \angle ABD.$$

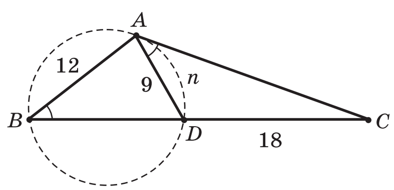


Рис. 2

Далее, $\triangle CAD \sim \triangle CBA$ по двум углам. Поэтому

$\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{CA} = \frac{CA}{CB}$. Значит: а) $\frac{9}{12} = \frac{18}{CA} \Rightarrow CA = \frac{12 \cdot 18}{9} = 24;$

б) $\frac{9}{12} = \frac{24}{CB} \Rightarrow CB = \frac{12 \cdot 24}{9} = 32.$

$$BD = CB - DC = 32 - 18 = 14.$$

Ответ: 14.

Задача № 6

1. Натуральные числа a, b и c таковы, что НОК(a; b) = 60 и НОК(a; c) = 270 (НОК(x; y) — наименьшее общее кратное чисел x и y). Найти НОК(b; c).

Ответ: 108 или 540.

2. Натуральные числа a, b и c таковы, что НОК(a; b) = 90 и НОК(a; c) = 120 (НОК(x; y) — наименьшее общее кратное чисел x и y). Найти НОК(b; c).

Ответ: 72 или 360.

3. Натуральные числа a, b и c таковы, что НОК(a; b) = 120 и НОК(a; c) = 150 (НОК(x; y) — наименьшее общее кратное чисел x и y). Найти НОК(b; c).

Решение. Обозначим:

$$A = \text{НОК}(a;\, b) = 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5,$$
$$B = \text{НОК}(a;\, c) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \qquad (1)$$

и найдем наибольший общий делитель чисел A и B:

$$\text{НОД}(A;\, B) = 2 \cdot 3 \cdot 5. \qquad (2)$$

Число a является делителем чисел A, B, значит, a — делитель НОД(A; B), в котором все простые множители 2, 3, 5 входят в *первой степени*, и поэтому каждый из них в разложении числа a может входить лишь в *первой* или *нулевой* степени. Тогда число b делится на 2^3, число c делится на 5^2. Поэтому НОК(b; c) делится на $2^3 \cdot 5^2 = 200$ и может быть равно или $1 \cdot 200$, или $3 \cdot 200 = 600$.

Например, $a = 3$, $b = 2^3 \cdot 5 = 40$, $c = 2 \cdot 5^2$, или $a = 1$, $b = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$, $c = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150$.

Ответ: 200 или 600.

Примечание. Полезно вспомнить правило: в НОК(x; y) включается *наибольшая степень* каждого простого множителя чисел x и y. Применим это правило к разложениям (1). Так как НОК(a; b) делится на 2^3, то хотя бы одно из чисел a или b делится на 2^3.

Так как НОК(a; c) не делится на 2^3, то ни одно из чисел a, c не делится на 2^3.

Вывод. Число b делится на 2^3.

Аналогично: так как НОК(a; c) делится на 5^2, а НОК(a; b) не делится на 5^2, то число c делится на 5^2.

Ранее эти выводы были получены с помощью разложения (2).

Задача № 7

1. Определить, под каким углом видно из начала координат (то есть внутри какого наименьшего угла с вершиной в точке (0; 0) помещается) множество, заданное на координатной плоскости неравенством

$$14x^2 + xy + y^2 + 14x + 2y + 4 < 0.$$

Ответ: $\operatorname{arctg} \frac{7}{3} - \frac{\pi}{4}$.

2. Определить, под каким углом видно из начала координат (то есть внутри какого наименьшего угла с вершиной в точке (0; 0) помещается) множество, заданное на координатной плоскости неравенством

$$25x^2 + xy + y^2 + 16x + 2y + 3 < 0.$$

Ответ: $\operatorname{arctg} \frac{11}{2} - \frac{\pi}{4}$.

3. Определить, под каким углом видно из начала координат (то есть внутри какого наименьшего угла с вершиной в точке (0; 0) помещается) множество, заданное на координатной плоскости неравенством

$$23x^2 + xy + y^2 + 18x + 2y + 4 < 0.$$

Решение. Постановка задачи не требует явного нахождения самого множества, решения исходного неравенства. Нужен лишь наименьший угол, образованный прямыми вида $x = 0$, $y = kx$, внутри которого множество помещается (рис. 3). Проводим через начало координат различные прямые.

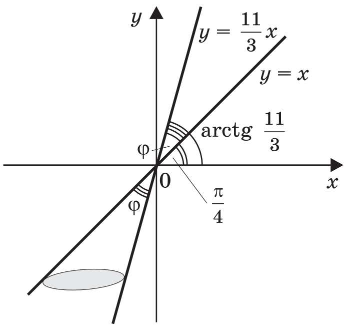


Рис. 3

1. Прямая $x = 0$ не пересекает множество. Действительно, система $\begin{cases} x=0, \\ y^2+2y+4=(y+1)^2+3<0 \end{cases}$ не имеет решений.

2. Выясним, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет общие точки с множеством:

$$0 > 23x^2 + kx^2 + k^2x^2 + 18x + 2kx + 4 =$$

$$= x^2(k^2 + k + 23) + 2x(k + 9) + 4.$$

Получили квадратное относительно x неравенство с параметром k и положительным старшим коэффициентом:

$$k^2+k+23=k^2+2\cdot k\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+23=\left(k+\frac{1}{2}\right)^2+22\frac{3}{4}>0.$$

Множество решений неравенства – интервал не пусто только при положительном дискриминанте:

$$0<\frac{1}{4}D(k)=(k+9)^2-4\left(k^2+k+23\right)=$$

$$=-3k^2+14k-11=-\left(3k^2-14k+11\right)=-3\left(k-\frac{11}{3}\right)(k-1).$$

Решение этого неравенства $1<k<\frac{11}{3}$.

Исходное множество:

а) не имеет точек в первой четверти, иначе при $x \ge 0$, $y \ge 0$ получили бы противоречие:

$$0 > 23x^2 + xy + y^2 + 18x + 2y + 4 \ge 4,$$

то есть $0 \ge 4$;

б) заключено между парой прямых $y = x$ и $y=\frac{11}{3}x$, расположенных в первой и третьей четвертях.

Значит, исходное множество целиком расположено в третьей четверти, из начала координат видно под углом (см. рис. 3) $\varphi=\operatorname{arctg}\frac{11}{3}-\operatorname{arctg}1$.

Ответ: $\operatorname{arctg}\frac{11}{3}-\frac{\pi}{4}$.

Задача № 8

1. Грани двугранного угла пересекают боковую поверхность цилиндра радиусом 5, образуя с его осью углы в 70° и 80°, а ребро двугранного угла перпендикулярно этой оси и удалено от нее на расстояние 11. Найти объем части цилиндра, расположенной внутри двугранного угла.

Ответ: 275π(tg 20° + tg 10°) или 275π(tg 20° – tg 10°).

2. Грани двугранного угла пересекают боковую поверхность цилиндра радиусом 3, образуя с его осью углы в 50° и 70°, а ребро двугранного угла перпендикулярно этой оси и удалено от нее на расстояние 7. Найти объем части цилиндра, расположенной внутри двугранного угла.

Ответ: 63π(tg 40° + tg 20°) или 63π(tg 40° – tg 20°).

3. Грани двугранного угла пересекают боковую поверхность цилиндра радиусом 4, образуя с его осью углы в 10° и 50°, а ребро двугранного угла перпендикулярно этой оси и удалено от нее на расстояние 9. Найти объем части цилиндра, расположенной внутри двугранного угла.

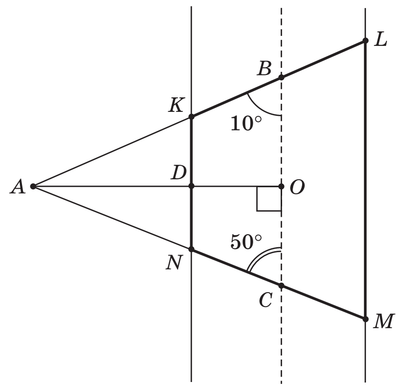


Рис. 4

Решение. Проведем плоскость через ось BC цилиндра перпендикулярно ребру двугранного угла. Возможны два вида сечений: общий перпендикуляр AO к оси цилиндра и к ребру двугранного угла находится а) внутри линейного угла MAL (рис. 4) или б) вне его (рис. 5). Высекаемую длину оси цилиндра BC найдем из треугольника ABC через его высоту $AO = 9$ и заданные углы.

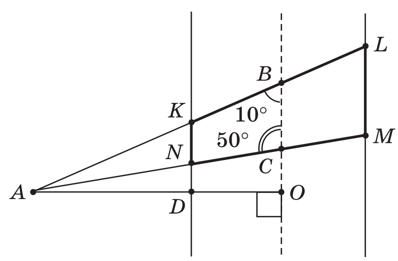


Рис. 5

В случае а):

$$BC = BO + OC = AO \cdot \operatorname{ctg} 10° + AO \cdot \operatorname{ctg} 50° =$$
$$= 9(\operatorname{tg} 80° + \operatorname{tg} 40°).$$

В случае б) аналогично:

$$BC = BO - OC = 9(\operatorname{tg} 80° - \operatorname{tg} 40°).$$

Искомым является объем части цилиндра с осевым сечением $KLMN$. Считаем его как разность объемов «усеченных» цилиндров с сечениями $KLQP$ и $NMQP$ (рис. 6–8). Объемы этих «усеченных» цилиндров равны объемам соответствующих цилиндров с высотами BE и CE (в силу симметрии относительно центров сечений B или C). Для случаев а) и б) соответственно имеем:

$$V_{KLMN} = V_{KLQP} - V_{NMQP} = (S_{\text{осн}} \cdot BE - S_{\text{осн}} \cdot CE) =$$
$$= S_{\text{осн}} \cdot BC = \pi \cdot 4^2 \cdot 9(\operatorname{tg} 80° \pm \operatorname{tg} 40°) =$$
$$= 144\pi(\operatorname{tg} 80° \pm \operatorname{tg} 40°).$$

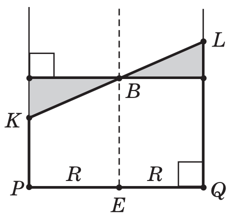


Рис. 6

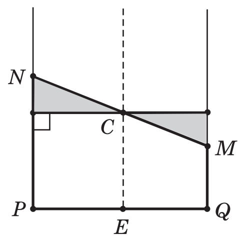


Рис. 7

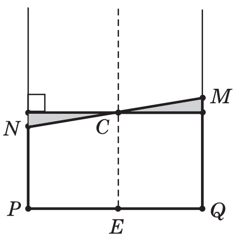


Рис. 8

Ответ: $144\pi(\operatorname{tg} 80° + \operatorname{tg} 40°)$ или $144\pi(\operatorname{tg} 80° - \operatorname{tg} 40°)$.

Задача № 9

1. Найти все значения $x \in (0; \pi]$, удовлетворяющие уравнению

$$|\operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 3x| + |\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x| = \operatorname{tg} 3x.$$

Ответ: $0 < x < \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{2\pi}{3}$, $x = \pi$.

2. Найти все значения $x \in (-\pi; 0]$, удовлетворяющие уравнению

$$|\operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 3x| + |\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x| + \operatorname{tg} 3x = 0.$$

Ответ: $x = -\frac{2\pi}{3}$, $x = -\frac{\pi}{3}$, $-\frac{\pi}{6} < x \le 0$.

3. Найти все значения $x \in [0; \pi)$, удовлетворяющие уравнению

$$\operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 3x = |\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x| + |\operatorname{tg} 3x|.$$

Решение. Если $\cos x \cos 2x \cos 3x \ne 0$, то

$$\operatorname{tg} 3x = \operatorname{tg}(x + 2x) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x},$$

то есть

$$\operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 3x = \operatorname{tg} 3x + (-(\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x)).$$

Значит, уравнение имеет вид:

$$\operatorname{tg} 3x + (-(\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x)) = |\operatorname{tg} 3x| + |-(\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x)|.$$

Используем:

а) свойство модулей: $|a| + |b| = a + b \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge 0, \\ b \ge 0; \end{cases}$

б) неотрицательность правой части исходного уравнения.

В результате получаем равносильную систему:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 3x \ge 0, \\ \operatorname{tg} 3x \ge 0, \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x \le 0. \end{cases}$$

Возможны два случая: $\operatorname{tg} 3x = 0$ или $\operatorname{tg} 3x > 0$.

В первом случае:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 3x = 0, \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x \le 0, \\ x \in [0; \pi) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi n}{3}, \ n \in \mathbf{Z}, \\ x \in [0; \pi), \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left\{0; \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right\}, \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0,\ x = \frac{\pi}{3},\ x = \frac{2\pi}{3}.$$

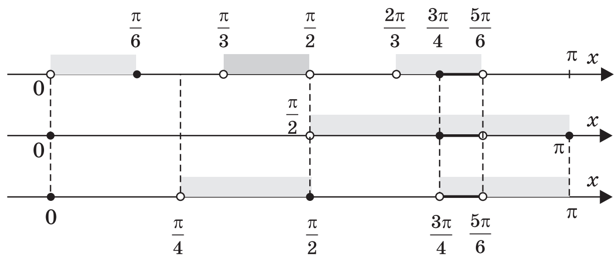


Рис. 9

Во втором случае (рис. 9):

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 3x > 0, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x \ge 0, \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x \le 0, \\ x \in [0; \pi) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} 3x > 0, \\ \operatorname{tg} x \le 0, \\ \operatorname{tg} 2x \le 0, \\ x \in [0; \pi) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right), \\ x \in \{0\} \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right], \\ x \in \{0\} \cup \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right] \cup \left(\frac{3\pi}{4}; \pi\right] \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{6}\right).$$

Ответ: $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{2\pi}{3}$, $\frac{3\pi}{4} < x < \frac{5\pi}{6}$.

Задача № 10

1. В течение четверти учитель по пению ставил учащимся отметки «1», «2», «3», «4» и «5». Среднее арифметическое всех отметок Вовочки оказалось равным в точности 3,5. И тогда, по предложению Вовочки, учитель заменил одну его отметку «4» парой отметок «3» и «5». Доказать, что от этого средняя отметка Вовочки по пению увеличилась. Найти наибольшее возможное ее значение после такой замены: а) одной отметки «4»; б) всех его отметок «4»?

Ответ: средняя отметка увеличится; наибольшее возможное ее значение равно: а) $3\frac{2}{3}$; б) $3\frac{8}{11}$.

2. В течение четверти учитель по пению ставил учащимся отметки «1», «2», «3» и «4». Среднее арифметическое всех отметок Вовочки оказалось равным в точности 2,5. И тогда, по предложению Вовочки, учитель заменил одну его отметку «3» парой отметок «2» и «4». Доказать, что от этого средняя отметка Вовочки по пению увеличилась. Найти наибольшее возможное ее значение после такой замены: а) одной отметки «3»; б) всех его отметок «3»?

Ответ: средняя отметка увеличится; наибольшее возможное ее значение равно: а) $2\frac{2}{3}$; б) $2\frac{5}{7}$.

3. В течение четверти учитель по пению ставил учащимся отметки «2», «3», «4» и «5». Среднее арифметическое всех отметок Вовочки оказалось равным в точности 3,5. И тогда, по предложению Вовочки, учитель заменил одну его отметку «4» парой отметок «3» и «5». Доказать, что от этого средняя отметка Вовочки по пению увеличилась. Найти наибольшее возможное ее значение после такой замены: а) одной отметки «4»; б) всех его отметок «4»?

Решение. Пусть n_2, n_3, n_4, n_5 — количество отметок «2», «3», «4», «5» соответственно. Тогда, по условию,

$$\frac{A}{B}=\frac{2n_2+3n_3+4n_4+5n_5}{n_2+n_3+n_4+n_5}=\frac{7}{2},$$

откуда

$$n_4=n_3+3n_2-3n_5. \qquad (*)$$

а) После замены одной отметки «4» на пару отметок «3» и «5» новая средняя отметка равна

$$\frac{2n_2+3(n_3+1)+4(n_4-1)+5(n_5+1)}{n_2+n_3+n_4+n_5+1}=\frac{A+4}{B+1}.$$

Она увеличилась, но не более чем на $\frac{1}{6}$. Действительно,

$$\frac{A+4}{B+1}-\frac{A}{B}=\frac{4B-A}{B(B+1)}=\frac{4-\frac{7}{2}}{B+1}=\frac{1}{2(B+1)}\le\frac{1}{6},$$

так как $B\ge 2$. (Если Вовочка получил всего одну оценку, то она не может быть $\frac{7}{2}$.) Граница здесь достигается, например, когда $n_2=0$, $n_3=n_4=1$, $n_5=0$, то есть когда $B=n_2+n_3+n_4+n_5=2$. Значит, наибольшее возможное значение средней оценки равно

$$\frac{A+4}{B+1}=\frac{A}{B}+\frac{1}{6}=\frac{7}{2}+\frac{1}{6}=\frac{11}{3}=3\frac{2}{3}.$$

б) После замены всех отметок «4» новая средняя отметка равна

$$\frac{2n_2+3(n_3+n_4)+5(n_5+n_4)}{n_2+n_3+n_4+n_5+n_4}=\frac{A+4n_4}{B+n_4}.$$

Она увеличилась на величину

$$C=\frac{A+4n_4}{B+n_4}-\frac{A}{B}=\frac{n_4(4B-A)}{B(B+n_4)}=$$

$$=\frac{n_4\left(4-\frac{7}{2}\right)}{B+n_4}=\frac{1}{2\left(1+\frac{B}{n_4}\right)}.$$

Найдем наименьшее значение величины $\frac{B}{n_4}$. Из (*) имеем:

$$n_4=n_3+3n_2-3n_5=(n_2+n_3+n_4+n_5)+(2n_2-n_4-4n_5).$$

Разделим на $n_4\ne 0$ и выделим дробь $\frac{B}{n_4}$:

$$1=\frac{B}{n_4}+\frac{2n_2-n_4-4n_5}{n_4}=\frac{B}{n_4}-1+2\cdot\frac{n_2-2n_5}{n_4}.$$

То есть $\frac{B}{n_4}=2-2\cdot\frac{n_2-2n_5}{n_4}$. Здесь $\frac{n_2-2n_5}{n_4}\le\frac{n_2}{n_4}$, и неравенство возможно только при $n_5=0$. Поэтому

$$n_4=n_3+3n_2-3n_5=n_3+3n_2\ge 3n_2,$$

откуда

$$\frac{n_2}{n_4}\le\frac{1}{3} \text{ и } \frac{B}{n_4}\ge 2-2\cdot\frac{1}{3}=\frac{4}{3}.$$

Равенство возможно при $n_3=n_5=0$. Теперь для C имеем: $C\le\frac{1}{2\left(1+\frac{4}{3}\right)}=\frac{3}{14}$. Равенство достигается, например, при $n_2=1$, $n_3=0$, $n_4=3$, $n_5=0$.

Ответ: средняя отметка увеличится; наибольшее возможное ее значение равно: а) $3\frac{2}{3}$; б) $3\frac{5}{7}$.

А. ДЕРЕВЯНКИН,
Москва

Малый мехмат МГУ

Малый мехмат — школа юных математиков при механико-математическом факультете МГУ им. М.В. Ломоносова — работает уже более 25 лет. Основные задачи Малого мехмата – углубление знаний по темам школьной программы и расширение математического кругозора за рамки программы средней школы.

Малый мехмат состоит из двух отделений: вечернего и заочного. На вечернем отделении работают кружки по математике для школьников 6–11-х классов; для учащихся 9–11-х классов организованы еще и лекции. В основном на занятиях вечернего отделения рассматривают темы, не входящие в школьную программу, и задачи олимпиадного типа, направленные на развитие логического мышления.

Если вечернее отделение рассчитано на учащихся из Москвы и ближнего Подмосковья, то деятельность заочного отделения охватывает всю территорию России и ближнего зарубежья. Обучение на заочном отделении осуществляется по переписке: школьники выполняют задания по рассылаемым им методическим разработкам Малого мехмата и отправляют свои решения для проверки. Преподаватели, проверяющие работы, указывают на ошибки в рассуждениях или вычислениях и дают указания, помогающие школьникам самостоятельно исправить эти ошибки. Указаниями снабжаются и нерешенные задачи. После проверки работы отсылаются обратно. Школьники, получившие неудовлетворительную оценку за какое-либо задание, имеют возможность, ознакомившись с замечаниями и указаниями преподавателя, повторно выполнить и выслать для проверки это задание. Ученики, успешно выполнившие все обязательные задания, автоматически переводятся по окончании учебного года в следующий класс; очные сессии или экзамены на заочном отделении не предусмотрены. Методические разработки заочного отделения содержат необходимый для изучения данной темы теоретический материал и решения типовых задач, а также задачи для самостоятельного решения. Тематика заочного отделения приближена к школьной программе, хотя на заочном отделении есть и методические разработки, посвященные олимпиадным задачам и темам, почти не рассматриваемым в школе.

За годы своего существования заочное отделение Малого мехмата выпустило свыше 10 000 учащихся, многие из которых стали студентами механико-математического и других факультетов МГУ. Обучение на Малом мехмате не дает формальных преимуществ при поступлении в высшие учебные заведения, однако полученные учениками знания и приобретенные навыки решения задач могут существенно помочь при сдаче вступительных экзаменов. В последние годы около четверти учащихся, окончивших заочное отделение с оценкой «хорошо» или «отлично», подают документы на мехмат МГУ и успешно сдают вступительные экзамены.

Преподавателями Малого мехмата являются в основном студенты мехмата МГУ, для которых работа по проверке заданий является хорошей педагогической практикой. Работу преподавателей заочного отделения контролируют старшие преподаватели — студенты старших курсов и аспиранты.

На заочном отделении существует возможность обучения нескольких учеников из одной школы по форме «Коллективный ученик». Группа работает под руководством своего школьного преподавателя и может включать не более 15 учащихся из одной параллели (если учащихся, желающих заниматься, больше, то можно сформировать несколько групп). Как правило, группы изучают материалы методических разработок во время факультативных (кружковых) занятий. Отзывы учителей показывают, что такая форма обучения достаточно эффективна. Группа «Коллективный ученик» обучается как *один учащийся*, то есть оформляет по каждому заданию одну работу и оплачивает обучение всей группы как обучение одного учащегося.

Школьники, прошедшие полный курс обучения (трех- или четырехлетний) и успешно закончившие обучение на заочном отделении (с итоговой оценкой «хорошо» или «отлично»), получают свидетельства об окончании Малого мехмата. Школьники, прошедшие неполный курс обучения или окончившие заочное отделение с оценкой «удовлетворительно», получают справки об окончании Малого мехмата.

Более подробную информацию о Малом мехмате можно найти на нашем сайте в интернете по адресу http://mmmf.math.msu.ru.

Телефон: (495) 939-39-43.

УСЛОВИЯ ПРИЕМА

В 2008 году заочное отделение Малого мехмата объявляет прием учащихся на 2008/09 учебный год в 8-й и 9-й классы, а также прием на неполный курс обучения в 10-й и 11-й классы. На заочное отделение принимают учащихся из России (в том числе и проживающих в Москве), стран СНГ и Прибалтики. Зачисление индивидуальных учеников производится *на конкурсной основе* по результатам выполнения приведенной ниже вступительной работы (коллективным ученикам выполнять вступительную работу *не требуется*).

Обучение на заочном отделении платное. Информация об условиях оплаты будет выслана учащимся, зачисленным на заочное отделение, летом 2008 года, после проверки вступительных работ (коллективным ученикам эта информация будет выслана несколько позже, в конце сентября — начале октября). В 2007/2008 учебном году плата за одно задание составляет, в зависимости от того, насколько успешно была выполнена вступительная работа, от 140 до 280 р. (для коллективных учеников — 280 р.). В 2008/09 учебном году плата за обучение может быть повышена, но ученики, наиболее успешно выполнившие вступительную работу, будут частично или полностью освобождены от оплаты. За год учащийся выполняет 6–9 заданий.

Ученики 8–11-х классов, желающие поступить на заочное отделение Малого мехмата, должны ***не позднее 30 апреля 2008 года*** выслать в наш адрес письмом или по электронной почте решения задач вступительной работы (при этом не обязательно должны быть решены все задачи). Вступительную работу необходимо выполнить в школьной тетради в клетку. Записывать решения в тетрадь следует в том же порядке, в каком задачи идут во вступительной работе. На обложку тетради следует наклеить лист бумаги со следующими данными:

1. Фамилия, имя, отчество учащегося.
2. Класс (в 2008/09 учебном году).
3. Полный домашний адрес с указанием почтового индекса.
4. Адрес электронной почты (если он у вас есть).
5. Источник, из которого вы узнали о наборе на заочное отделение.

Вступительные работы обратно не высылаются.

Группам «Коллективный ученик» не нужно выполнять вступительную работу: необходимо лишь ***не позднее 15 сентября 2008 года*** выслать письмом или по электронной почте следующие данные:

1. Фамилия, имя, отчество руководителя группы.
2. Фамилии, имена, отчества учащихся (не более 15 человек).
3. Класс (в 2008/2009 учебном году).
4. Полный адрес руководителя группы (по которому следует высылать задания) с указанием почтового индекса.
5. Адрес электронной почты (если он у вас есть).
6. Источник, из которого вы узнали о наборе на заочное отделение.

Наш адрес: 119991, Москва, ГСП-1, Ленинские горы, МГУ, мехмат, МММФ.

Электронная почта: zaoch@math.msu.su.

ВСТУПИТЕЛЬНАЯ РАБОТА

1. Волк бежал по кольцевой дороге и увидел на $\frac{1}{3}$ круга впереди себя Зайца. Скорость Зайца составляет 5 кругов в час. Скорость Волка равна 7 кругам в час. Через какое время после начала движения Волк поравняется с Зайцем?

2. Докажите, что число 11…1 + 22…2 + … + 99…9 (каждое слагаемое состоит из 2008 цифр) делится на 9.

3. Решите неравенство $x^2(x^2 - 1)(x^2 + 3) \geq 0$.

4. В выпуклых четырехугольниках $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ выполняются равенства $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $CD = C_1D_1$, $DA = D_1A_1$. Кроме того, известно, что наименьшая сторона четырехугольника $ABCD$ равна наибольшей стороне четырехугольника $A_1B_1C_1D_1$. Верно ли, что четырехугольники $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ равны (две фигуры называются равными, если их можно совместить наложением)?

5. Переменные $x_1, x_2, \ldots, x_{100}$ могут принимать значения 0 или 1. Обозначим через S сумму произведений $x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \ldots + x_{98}x_{99}x_{100}$ (в сумму входят по одному разу все слагаемые вида $x_ix_jx_k$, где $1 \leqslant i < j < k \leqslant 100$). Может ли S равняться 5?

6. По кругу расставлены цифры 1, 2, 3, …, 9 в произвольном порядке (каждая цифра встречается один раз). Каждые три цифры, стоящие подряд по часовой стрелке, образуют трехзначное число. Чему равна сумма всех девяти таких чисел? Укажите все возможные варианты.

7. Найдите все решения ребуса

$$\begin{array}{r} +\ \text{ВАГОН} \\ \text{ВАГОН} \\ \hline \text{СОСТАВ} \end{array}$$

(одинаковыми буквами зашифрованы одинаковые цифры, разными — разные).

8. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ известны три угла: $\angle A = 60°$, $\angle B = 40°$, $\angle C = 120°$; известно также, что стороны CD и AD равны. Докажите, что $BC + CD = AB$.

9. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 = 1, \\ \frac{1}{6}(x+y) = \frac{1}{3}(x+z) = \frac{1}{2}(y+z). \end{cases}$$

10. Несколько друзей решили устроить турнир по игре в шашки. Каждый сыграл с каждым по одному поединку. За победу в каждом поединке игроку начислялось одно очко, за поражение одно очко вычиталось, а ничья число набранных очков не изменяла. Оказалось, что один из участников набрал (+7) очков, а другой набрал (–2) очка. Верно ли, что хотя бы одна игра на турнире завершилась вничью?

Шеф-редактор С. Островский
Главный редактор Л. Рослова
Ответственный секретарь Т. Черкавская
Редакторы П. Камаев, И. Бокова, В. Бусев
Корректор Л. Громова
Компьютерная верстка: С. Сухарев

Учредитель ООО «Чистые пруды»
Газета «Математика» выходит 2 раза в месяц
Цена свободная

Адрес редакции и издателя: ул. Киевская, д. 24, Москва 121165.
Тел./Факс: (499)249 3138
Отдел рекламы: (499)249 9870
Редакция газеты «Математика»: тел.: (499)249 3460
E-mail: mat@1september.ru
WWW:http://mat.1september.ru