Как отметить юбилей?

Отмечать юбилеи можно по-разному — торжественными мероприятиями, застольями... В Саратовском институте повышения квалификации решили встретить 70-летие своей организации Всероссийской научно-методической конференцией «Современные тенденции в оценке качества школьного математического образования». Которая и прошла в Саратове в конце марта. Можно только порадоваться за саратовских учителей, поскольку не в каждом регионе руководители образованием понимают, что стержнем всего школьного образования является именно математика, что качество обучения зависит во многом от уровня математической подготовки школьников.

В решении проблемы оценки качества обучения российская система образования делает лишь первые шаги: надо осознать, что такое «качество образования», найти механизмы его оценивания и мониторинга, факторы, оказывающие влияние, рычаги воздействия на результаты и т.д. Все эти вопросы и были предметом обсуждения на конференции. Организаторы пригласили выступить на пленарных заседаниях и секциях представителей федерального руководства, разработчиков контрольно-измерительных материалов для итоговой аттестации выпускников (ЕГЭ по математике в 11-х классах и экзамена по алгебре в новой форме в 9-х классах), авторов учебников, представителей издательств «Просвещение» и «Дрофа», выпускающих большую часть учебников и учебно-методической литературы по математике, издательств, выпускающих пособия для подготовки к экзаменам, представителей газеты «Математика» и журнала «ОКО», коллег из других регионов страны и Казахстана.

Солидный и представительный состав участников. Было, кого послушать учителям Саратова и области, было, что обсудить. Но ведь надо еще поделиться с коллегами своими идеями и результатами, выслушать их мнение; такое общение происходило на секциях. С материалами, которые учителя продемонстрировали и обсудили на секции «Применение ИКТ на уроках математики», читатели газеты смогут познакомиться в одном из летних тематических номеров.

Это о работе. Но были еще встречи с однокурсниками и преподавателями, друзьями и коллегами. А значит, был праздник. Поздравляем!

Л. Рослова

Гости конференции

В ЭТОМ ВЫПУСКЕ

ВНИМАНИЕ, АНОНС!

Читайте в № 11 и № 12 газеты «Математика»

Тема № 11 и № 12: Углубленка, 8–9 классы

В номера вошли: программа для школ (классов) с углубленным изучением математики, экзаменационные работы для математических и физико-математических классов, планирование и контрольные работы к учебникам и другие материалы.

А также:
История математики
А. Мищенко
Выдающийся математик современности. К 100-летию со дня рождения Л.С. Понтрягина

Математическая школа
Б. Давидович, П. Пушкарь, Ю. Чеканов
Математический анализ в 57-й школе

#23

Электронный информационный спутник газеты «Математика»

День учителя математики на Марафоне

Учителя математики — одни из самых целеустремленных педагогов. Возможно, этому способствует простота и логическая ясность предмета. Они всегда четко знают — в какую аудиторию идти и что именно спросить у лектора. Этому есть также немаловажная причина — ведь математика один из обязательных предметов Единого государственного экзамена.

Теме ЕГЭ были посвящены сразу три лекции в этот день. Началось все с лекции издательства «Айрис» (http://www.airis.ru) «Подготовка к ЕГЭ по математике», которую вела Софья Колесникова, старший преподаватель МФТИ, автор ряда пособий по подготовке к экзамену. В небольшой аудитории собралось столько учителей, что пришлось переносить лекцию в один из актовых залов лицея. ЕГЭ — гвоздь программы? Понять можно, но жаль, ведь столько кругом интересного!

Вот, например, в это же время, вдали от шумного актового зала, в небольшой аудитории происходила презентация сайта GEOMETRY.RU. Надо сказать, что специализированный ресурс по геометрии, где собраны несколько тысяч задач, привлек внимание большого числа педагогов. Геометрия — это наша боль, это то, что мы можем потерять в погоне за высокими результатами ЕГЭ. Задачи на этом сайте делятся по уровню сложности — от 0 до 42. Причем «нулевые», — самые слабые, «на тройку в сильном классе», как выразился Виталий Арнольд, заместитель директора Московского центра непрерывного математического образования (http://www.mccme.ru/). «Это сайт для людей, интересующихся геометрией, — объяснял Виталий Дмитриевич, — здесь сложно найти дидактический материал к уроку № 8, зато можно отыскать интереснейшие задачи, которые пятнадцать лет собирал Р. Гордин, учитель московской школы № 57. Собственно, его усилиями эта база и пополняется. А еще, прибавлю, здесь будет собран архив сайта геометрических задач (http://problems.ru/), статьи из журнала “Квант” (http://www.kvant.info/), а также — в перспективе — редчайшие материалы по математике. Например, “Вестник опытной физики и элементарной математики”, издававшийся с 1886

года по 1917-й, или “Новая геометрия треугольника” Д.Ефремова (1902 год). Единственное условие — этот сайт требует некоторой технической подготовки, — предупредил Виталий Дмитриевич. — Нужно будет поставить плагин для чтения в формате DJVU (http://djvu-inf.narod.ru/) и Adobe Reader для формата PDF (http://www.adobe.com/ru/). Прошу вас, не ленитесь, это вам пригодится».

А параллельно в Большом зале шел разговор о преподавании нового раздела школьной математики — вероятностно-статистического. Москва в числе первых регионов уже в 2004 году начала решать эту методическую проблему, нарабатывать опыт: издано учебное пособие, в учебный план добавлен 1 ч. Делаются первые попытки включить задачи этого раздела в экзамен за основную школу. В общем, есть, что обсудить. Проблема не из простых. С учителями беседовали Иван Ященко, проректор Московского института открытого образования, и Иван Высоцкий, учитель школы № 887.

Следующим ключевым пунктом для большинства педагогов стала лекция «ЕГЭ по математике: электронная подготовка», которую проводил Андрей Семенов, доцент кафедры математики МИОО. Он рассказывал о московском опыте проведения дистанционных курсов по подготовке к ЕГЭ, причем как для школьников, так и для учителей. «Работа всей системы дистанционных курсов продумана: ученики входят по своему паролю и логину на сайт, учителя проверяют их работу, пользуясь своим доступом», — объяснял Андрей Викторович. К сожалению, педагоги из регионов воспользоваться этими программами не могут. Московским учителям будет полезен сайт кафедры математики МИОО (http://www.math.mioo.ru/), где выложена вся информация по курсам повышения квалификации и дистанционной подготовке.

В соседней аудитории шла презентация первого интерактивного кабинета математики. Программа «Школьный калькулятор», осуществляемая компанией «Касио» (http://casio.ru/) и фирмой «Сервис плюсинтеграция» (http://www.spint.ru/), вызвала большой интерес у педагогов. «Калькулятор снимает с ученика груз монотонных вычислений, — рассказывал Игорь Вострокнутов, член редакционного совета журнала “Компьютерные программы и инновации”. — И если вы раньше могли сделать с учениками от силы три задачи, например, на построение сложных графиков, то с ним можете выполнить семь-восемь». По словам Александра Грудзинского, начальника отдела образовательных программ компании «Касио», их фирма уже предлагает учебный набор из 15 графических или научных калькуляторов плюс интерактивная доска по цене около 300 тысяч рублей. «Кажется, что это большие деньги, — говорит он, — но подобный кабинет физики, да еще без доски, стоит порядка полумиллиона. К нашему набору прилагаются диски с программами. Они, кстати, могут работать и на других интерактивных досках». Конечно, программа «Школьный калькулятор» только развивается. Этой весной в московской школе № 1009 будет создан первый интерактивный математический класс. Все справки по методической части программы учителя могут получить по телефону 589-45-18 (Наталья Никитина) или на сайте «Касио» (http://casio.ru/).

Материалы сайта www.etudes.ru знакомы читате-






лям газеты, а завсегдатаям Марафона знаком и его автор Николай Андреев, научный сотрудник Математического института РАН им. В.А. Стеклова. На этот раз он представил слушателям и зрителям новый, неожиданный фильм о связи математики и шарнирных механизмов. Фильм вызвал большой интерес; Николай Николаевич обещал рассказать об этом и на страницах газеты. Будем ждать.

Тем временем шла презентация новых электронных пособий по математике. Сергей Поздняков, главный редактор журнала «Компьютерные инструменты в образовании» (http://ipo.spb.ru/),демонстрировал подборку исследовательских статей и вариантов задач для учеников. Для тех, кому не посчастливилось оказаться на Марафоне, будет полезен сайт http://ipo.spb.ru/wiki21, где выложена часть подборки. С Сергеем Николаевичем можно списаться по адресу pozdnkov@mail.ru.

«Исследовательская работа школьников по математике» — это тема лекции Аркадия Скопенкова, профессора МГУ им. М.В. Ломоносова. Не так много существует математических тем и задач, которые бы были понятны школьникам и представляли научный интерес, но они есть. О некоторых из них и услышали собравшиеся в этой аудитории учителя.

Фундамент и самостоятельной научной работы, и просто успешной сдачи экзаменов закладывается еще в начальной школе. «Что знают и умеют выпускники начальной школы» — тема лекции заведующей лабораторией педагогической диагностики Центра начального образования ИСМО РАО Оксаны Рыдзе. Это продолжение разговора, начатого еще на прошлом Марафоне. Она поделилась с учителями, которые собираются в следующем учебном году взять 5-й класс, результатами мониторинга математической подготовки четвероклассников. Изменений в начальной школе много, и учителю математики надо быть готовым к встрече с новыми учениками.

Завершала День учителя математики интереснейшая лекция «Актуальные вопросы подготовки к ЕГЭ по математике». Ее проводило издательство «Эксмо» (http://www.education.eksmo.ru/). Игорь Сергеев, сотрудник Федерального института педагогических измерений (http://www.fipi.ru/), говорил о самой сложной части ЕГЭ — заданиях из блока С. «При работе над заданиями из этой части ученику нужно учесть три момента, — рассказывал он. — Все задания не выходят за рамки школьной программы, ее необходимо тщательно изучать. Затем возникает второй момент — надо иметь запас прочности, то есть знать программу чуть глубже. И третье, самое сложное, — надо понять, как именно решать. На кого ориентироваться при написании решения, как вы думаете? На того, кто равен тебе, кто умнее, или кто глупее?»

Педагоги, не задумываясь, хором ответили: «Кто глупее». «Именно, — подчеркнул Игорь Николаевич. — Парадокс в том, что ученик должен разжевывать задачу экзаменатору так, как будто тот по уровню не выше пятиклассника. Только в этом случае есть шанс, что за выполнение задания он получит свои баллы». Сергеев коснулся болезненной темы; не секрет, что как раз за задания части С чаще всего срезаются баллы, причем, по мнению педагогов, за сущие пустяки: описки, негрубые ошибки или пропущенные ходы доказательства. «Отыскать рабочие задания части С вместе с их историей: где, когда, кем они давались, невероятно сложно, — завершал лекцию Игорь Николаевич. — Я собирал их буквально по крупицам, и в конце весны в издательстве «Экзамен» (http://www.examen.biz/) выйдет моя книжка "ЕГЭ по математике: все о части С"». Зал зашумел: учителя переспрашивали друг друга, записывали название, тянули руки, чтобы спросить лектора.

День получился насыщенным.

Материал подготовили
***Алексей Олейников** и*
Лариса Рослова

Т. КАМЕНЕВА,
г. Пермь

Измерение высоты здания Пермэнерго

Работа выполнена учащимися 6-го класса.

Задача. Найти способ измерения высоты здания Пермэнерго, не поднимаясь на него.

Идеи решения

1. С помощью длинной веревки измерить высоту не получится, поскольку нельзя подниматься на здание.
2. С помощью вертолета или пожарной машины? Но у нас нет такой техники.
3. Встать друг на друга и замерить высоту одного этажа, затем умножить на количество этажей. Рискованно. К тому же расчеты будут неточные (у здания есть еще башня).

Реализуем задуманное

Перебрав варианты, мы решили выбрать мерку — ученицу нашего класса Машу.

Захватив два фотоаппарата, мы отправились на улицу. Было очень холодно.

Переходя перекресток (согласно Правилам дорожного движения), выбрали наиболее подходящий ракурс (если снимать близко к зданию, будет искажение).

Мы расположились на диагонали перекрестка. Машины мешали работе.

Способ решения задачи

1. Маша встала вплотную к зданию.
2. Мы с фотоаппаратами встали на другой стороне перекрестка по диагонали (постарались встать как можно дальше).
3. Сделали несколько снимков: Маша-мерка около здания.
4. Измерили в спортзале рост Маши — 1 м 63 см.
5. В кабинете завучей на компьютере переписали с фотоаппарата снимки, распечатали на принтере, выбрали лучший снимок.
6. Измерили высоту здания на фотографии — 22 см.
7. Измерили высоту мерки на фотографии — 1 см.
8. Разделили 22 см на 1 см. Получилось: высота здания равна 22 меркам.
9. Умножили 1 м 63 см на 22. Получилось 3586 см.

Вывод: высота здания Пермэнерго приближенно равна 36 метрам.

Что дальше?

Летом в солнечный день, во время летней практики, мы измерим высоту этого здания способом Фалеса Милетского: по длине тени, отбрасываемой зданием. Подозреваем, что при фотографировании было большое искажение. В Пермэнерго узнаем точную высоту здания и сверим результаты.

В. ГУРОВА,
пос. Анна, Воронежская обл.

Урок-игра «Пропорции. Основное свойство пропорции»

Урок проводится в 6-м классе.

Цели урока:
- ввести понятие «пропорция»; вывести основное свойство пропорции;
- закрепить новые понятия; научить применять свойства пропорции при решении задач;
- прививать каждому ученику вкус к самостоятельной, активной, творческой деятельности.

Оборудование: карточки с заданиями.

Класс разбивается на три группы по уровню знаний, каждая группа садится за один стол.

Ход урока

Организационный момент

Учитель. Сегодня в кабинете математики открыт научно-исследовательский институт. Директором НИИ назначили меня, а все вы — его научные сотрудники. Организованы три лаборатории, в каждой лаборатории я назначаю старшего научного сотрудника. (*Выдаются таблички «Лаборатория № 1», «Лаборатория № 2», «Лаборатория № 3» и бейджи «Старший научный сотрудник».*) Он будет отвечать за слаженную работу всей лаборатории.

Итак, рабочий день начался. Сейчас старшие научные сотрудники проверят готовность к работе своих сотрудников.

(*«Старшие научные сотрудники» раздают карточки с вопросами и заслушивают ответы на них.*)

Образец карточки:

1. Отношение пройденного пути к затраченному времени называется...

2. Отношение стоимости товара к его количеству называется...

3. Отношение выполняемой работы к затраченному времени называется...

4. Какие отношения вы знаете? Приведите примеры.

Изучение нового материала

Учитель. Старшие научные сотрудники, доложите, все ли готовы к работе, и получите задание № 1.

Задание лабораториям. Решите примеры и, используя ответы, узнайте окончание фразы.

$2{,}1 \cdot \frac{1}{3}$ — Ш

$3{,}5 \cdot \frac{2}{7}$ — Н

$4{,}8 \cdot \frac{3}{8}$ — И

$2{,}4 \cdot \frac{1}{5}$ — Т

$4\frac{3}{11} : 9 - 4\frac{3}{11} \cdot \frac{1}{9}$ — И

$\frac{3}{4} : 3 - 0{,}2$ — Е

$\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}$ — О

$\frac{0{,}5}{0{,}3}$ — Я

$\frac{7}{25} : 2$ — Ц

$0{,}5 : \frac{5}{6}$ — Р

$\dfrac{0{,}8+0{,}2}{\frac{5}{6}}$ — П

Лаборатория № 1

Известно, что результат деления называют частным. Однако для обозначения этого же результата используется и слово...

$\frac{1}{2}$	0,48	1	$\frac{1}{2}$	0,7	0,05	1	0	$\frac{1}{20}$

Лаборатория № 2

В математике при решении некоторых задач приходится иметь дело с равенством двух...

0,5	$\frac{12}{25}$	1	0,5	0,7	$\frac{1}{20}$	1	0	1,8

Лаборатория № 3

Как называется равенство двух отношений вы узнаете, решив примеры и заполнив таблицу.

$1\frac{1}{5}$	0,6	$\frac{1}{2}$	1,2	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	0,14	0	$1\frac{2}{3}$

Учитель. Давайте заслушаем отчеты лабораторий о проделанной работе.

(*Заслушиваются ответы.*)

«Пропорция и ее свойства» — это и есть тема нашего урока, запишем ее в тетради и решим устно следующую задачу.

Задача. Чип и Дейл купили сыр. Чип заплатил 100 руб. за 2 кг, а Дейл — 150 руб. за 3 кг. Выясните, по одинаковой ли цене был куплен сыр?

Учитель записывает на доске:
Чип заплатил за 1 кг $100 : 2 = 50$ (руб.);
Дейл заплатил за 1 кг $150 : 3 = 50$ (руб.).
Получили: $100 : 2 = 150 : 3$,
или по-другому: $\frac{100}{2} = \frac{150}{3}$.

Мы составили с вами **пропорцию**.
Запишем пропорцию в общем виде:

$$a : b = c : d, \text{ или } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

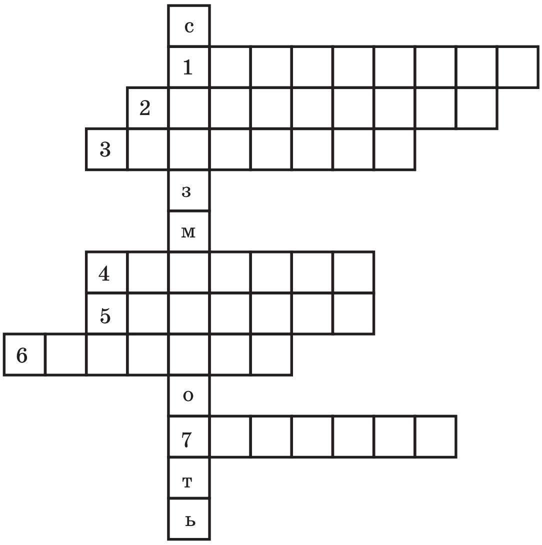
Читается:
a, деленное на b, равно c, деленному на d,
или отношение a к b равно отношению c к d,
или a относится к b как c относится к d.
Числа a, b, c, d называются членами пропорции.
Назовите крайние и средние члены пропорции

$$100 : 2 = 150 : 3.$$

А что означает слово «пропорция» вы узнаете, решив кроссворд.

Каждой лаборатории дается одно и то же задание.

Решите кроссворд.



1. Частное двух чисел. **2.** Равенство двух отношений. **3.** Члены a и d пропорции $a : b = c : d$ называются... **4.** Члены b и c пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ называются... **5.** Часть прямой. **6.** Результат деления. **7.** Произведение равных множителей.

Учитель. Что же означает слово «пропорция»? (*Выслушивает решение кроссворда.*)

А сейчас заслушаем историческую справку, подготовленную нашим сотрудником.

Историческая справка. Слово «пропорция» означает «соразмерные», имеющие правильное соотношение частей. Например, размеры модели машины или сооружения отличаются от размеров оригинала одним и тем же множителем, задающим масштаб модели. Пропорции начали изучать в Древней Греции. Греки рассматривали пропорции, составляемые только из натуральных чисел. В IV в. до н.э. древнегреческий математик Евдокс дал определение пропорции, составленной из величин любой природы. Древнегреческие математики с помощью пропорций решали задачи, которые в настоящее время решают с помощью уравнений, выполняли алгебраические преобразования, переходя от одной пропорции к другой.

Учитель. Получите новое задание.

Лаборатория №1

Верны ли пропорции?

$10 : 28 = \frac{1}{2} : 1,4;$ $\quad 3 : 4 = 75 : 100;$

$0,6 : 0,7 = 1,8 : 2,1;$ $\quad 4 : 14 = \frac{2}{5} : \frac{7}{9}.$

Лаборатория № 2

Заполните пропуски числами, чтобы пропорции были верными:

$13 : 18 = 26 :$ ___; $\quad 13 : 18 =$ ___ $: 54;$
$13 :$ ___ $= 26 : 54;$ $\quad$ ___ $: 18 = 26 : 54.$

Лаборатория № 3

Даны три целых числа: 2, 6 и 8. Используя только эти числа, заполните пропуски в записях так, чтобы получили верные пропорции:

$3 :$ ___ $=$ ___ $: 4;$ $\quad$ ___ $: 12 = 4 :$ ___;
$5 : 15 =$ ___ $:$ ___; $\quad$ ___ $:$ ___ $= 25 : 100.$

Задания сдаются на проверку учителю.

Основное свойство пропорции

Учитель. А сейчас проведем исследовательскую работу. Лаборатории, получите задания.

Лаборатория № 1

Дана пропорция $1 : 4 = 3 : 12$.

1. Поменяйте местами крайние члены. Будет ли полученная пропорция верной?

Придумайте верную пропорцию сами. Поменяйте местами крайние члены. Будет ли получаться пропорция верной? Сделайте вывод.

2. Найдите произведение крайних и средних членов ранее рассмотренных пропорций. Сделайте вывод.

Лаборатория № 2

1. Поменяйте местами средние члены пропорции $3 : 4 = 9 : 12$. Будет ли полученная пропорция верной? Придумайте верную пропорцию сами. Поменяйте местами крайние члены. Будет ли получаться пропорция верной? Сделайте вывод.

2. Найдите произведение крайних и средних членов ранее рассмотренных пропорций. Сделайте вывод.

Лаборатория № 3

1. Поменяйте местами крайние и средние члены пропорции $8 : 24 = 2 : 6$. Будет ли полученная пропор-

ция верной? Придумайте верную пропорцию. Поменяйте местами крайние члены. Будет ли получаться пропорция верной?

2. Найдите произведение крайних и средних членов ранее рассмотренных пропорций. Сделайте вывод.

Во время выполнения этого задания учитель проверяет выполнение предыдущего задания. После выполнения текущего задания учитель анализирует выполнение предыдущего задания и если есть ошибки, то сразу проводит работу по их исправлению.

Учитель. Послушаем отчет лабораторий о проделанной работе, сделаем выводы.

(*Заслушиваются отчеты каждой лаборатории.*)

Затем учитель подводит итог, формулирует основное свойство пропорции и делает запись на доске:

$$a : b = c : d, \quad ad = bc, \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Обращает внимание учащихся на то, чтобы не перепутать, какие члены пропорции надо перемножить и посмотреть, как они расположены в пропорции, — они должны лежать «крест на крест». В любой пропорции произведения «накрест лежащих» членов равны.

Если $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ — верная пропорция, то пропорции

$\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$; $\frac{b}{a} = \frac{a}{b}$ верны.

(*Делаются записи в тетрадях.*)

Учитель. Все НИИ решают задачи, которые потом применяются на практике. И у нас в конце рабочего дня — практические задания.

Лаборатория № 1 (*самая слабая группа*)

Решите уравнение по образцу: $17 : 51 = x : 6$.

Образец:

средние члены

$$x : \frac{1}{3} = \frac{3}{4} : \frac{1}{2}$$

крайние члены

$x \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$ – по свойству пропорции;

$x = \frac{1}{4} : \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{2}$.

Лаборатория № 2

На изготовление 8 деталей требуется $1\frac{1}{5}$ г серебра. Сколько серебра потребуется на изготовление 12 таких деталей?

Лаборатория № 3

Из 18 т железной руды выплавляют 10 т железа. Сколько тонн железа можно выплавить из 36 т руды?

Задания выполняются в тетрадях, затем один ученик из группы показывает решение на доске всему классу.

Задание на дом

1. Пункт 2.1 учебника Н.Я. Виленкина и др. «Математика. 6 класс».

2. № 747 (в, г, д).

3. Придумайте интересную задачу на тему «Пропорции», красочно ее оформив.

М. ГОРБАЧЕВА,
г. Бердск, Новосибирская обл.

Урок по теме «Графики прямой и обратной пропорциональности»

Урок проводится в 6-м классе. Для урока используем учебник Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон «Математика», 6 класс, часть 2.

Цели урока:

- познакомиться с графиками прямой и обратной пропорциональности;
- закрепить навыки построения графиков;
- создать условия для контроля (самоконтроля) усвоения умений и навыков;
- развивать зрительную память, внимание, умение анализировать, сравнивать, обобщать.

Ход урока

Организационный этап

— Чем мы занимались на предыдущих уроках? Что вам больше всего понравилось, запомнилось?

Учитель располагает на доске карточки с названиями тем уроков.

— Из предложенных тем выберите те, которые изучались на ближайших уроках. На выбранных вами карточках зашифрована пословица, прочитайте ее.

Модуль

Прямая пропорциональность

Понятие пропорции

Основное свойство пропорции

Дроби

Зависимости между величинами

Обратная пропорциональность

(*Учащиеся выбирают темы: прямая пропорциональность, понятие пропорции, основное свойство пропорции, зависимости между величинами, обратная пропорциональность.*)

На оборотной стороне каждой карточки написано слово из пословицы: «Где есть желание, найдется путь!»

Этап актуализации знаний

1. Установите вид зависимости. Запишите формулу:

а)

x	1	2	3	4	5
y	4	8	12	16	20

б)

x	1	2	3	4	6
y	18	9	6	4,5	3

[а) Прямая пропорциональность; $y = 4x$; б) обратная пропорциональность; $y = \frac{18}{x}$.]

2. Какие из приведенных формул выражают прямую пропорциональную зависимость, а какие — обратную пропорциональную зависимость:

а) $P = 3{,}2b$; б) $K = \frac{n}{2}$; в) $x = \frac{8}{b}$;

г) $M = m : 5$; д) $d = \frac{1}{2}R$; е) $p = 8q + 1$;

ж) $t = 4 : d$; з) $ab = 18$; и) $\frac{c}{d} = 3{,}14$.

Этап постановки проблемы

Схематично изобразите на одном чертеже графики зависимостей:

а) $y = x$; $y = 2x$; $y = 3x$;

б) $y = \frac{6}{x}$; $y = \frac{8}{x}$; $y = \frac{4}{x}$.

При выполнении этого задания учащиеся испытывают затруднение.

Учитель. Вы можете выполнить это задание?

Учащиеся. Нет.

Учитель. Почему? В чем затруднение?

Учащиеся. Не знаем, как расположены графики относительно друг друга.

Учитель. Посмотрите внимательно на задание. О каких зависимостях идет речь?

Учащиеся. О прямой и обратной пропорциональности.

Учитель. Так над чем мы сегодня будем работать?

Учащиеся. Над графиками прямой и обратной пропорциональности.

Учитель еще раз формулирует тему урока и записывает ее на доске.

«Открытие» нового знания

Изобразим на одном чертеже графики прямой пропорциональности $y = x$, $y = 2x$, $y = 3x$.

$y = x$

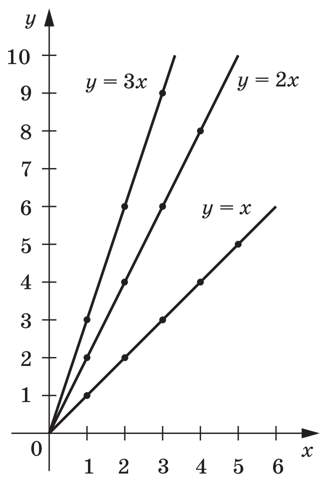
x	0	1	2	3	4	5
y						

$y = 2x$

x	0	1	2	3	4
y					

$y = 3x$

x	0	1	2	3
y				



Изобразим на одном чертеже графики обратной пропорциональности.

$y = \frac{8}{x}$

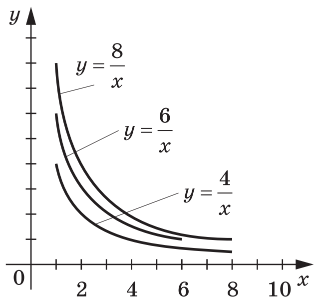
x	1	2	4	8
y				

$y = \frac{6}{x}$

x	1	2	3	6
y				

$y = \dfrac{4}{x}$

x	1	2	3	8
y				



Учитель. Графики каких зависимостей мы построили?

Учащиеся. Прямой и обратной пропорциональности.

Учитель. Как расположены графики относительно друг друга?

Учащиеся. Располагаются друг над другом. Графики прямой пропорциональности — лучи, проходящие через начало координат. График, у которого в формуле коэффициент 4, располагается выше других, остальные графики лежат ниже, в зависимости от коэффициента. Графики обратной пропорциональности — кривые. Выше тот, у которого в формуле коэффициент 8.

Учитель. Итак, от чего зависит расположение графиков прямой и обратной пропорциональности?

Учащиеся. От коэффициента. Чем больше коэффициент, тем выше проходит график. Для графика прямой пропорциональности, можно сказать, что он идет «круче».

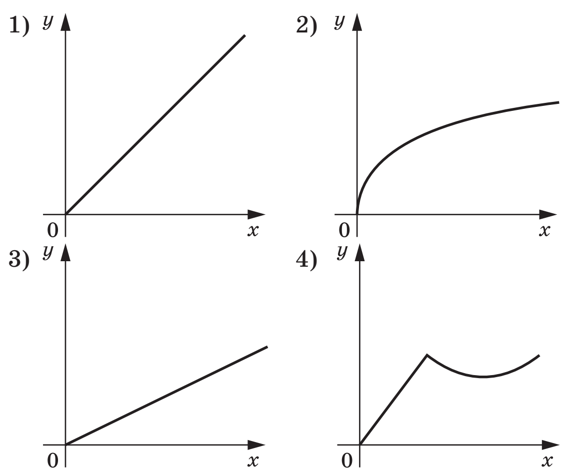
Этап первичного закрепления

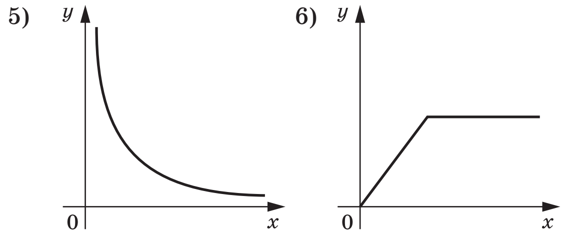
Работа в группах. Каждой группе раздаются листы с заданиями.

1. Укажите номера чертежей, на которых изображены графики:

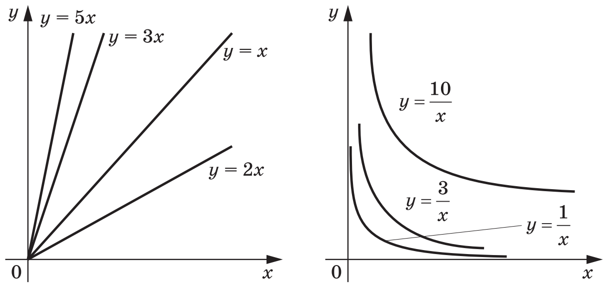
а) прямой пропорциональности;

б) обратной пропорциональности.

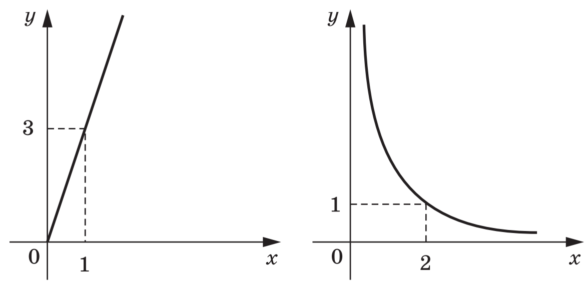




2. Найдите ошибку.



3. Определите коэффициент пропорциональности.



Самостоятельная работа с самопроверкой по ответам, записанным на доске

ВАРИАНТ 1

1. Определите вид зависимости $y = 5x$ и постройте ее график.

2. Схематически изобразить на одном чертеже графики зависимостей: $y = \dfrac{3}{x}$; $y = \dfrac{11}{x}$; $y = \dfrac{20}{x}$.

ВАРИАНТ 2

1. Определите вид зависимости $y = \dfrac{10}{x}$ и постройте ее график.

2. Схематически изобразите на одном чертеже графики зависимостей: $y = 15x$; $y = 7x$; $y = 4x$.

Итог урока

— Над чем мы сегодня работали? Что нового узнали? (*Высказывания учеников.*)

Задание на дом: № 175(3), 178(1), 180, 190.

Т. ГАЛИХАНОВА,
г. Дмитров

Строим и исследуем графики с помощью компьютера

Если кто-то спросит, трудно ли работать, используя информационные технологии, — я отвечу: да трудно. Трудно начинать новое дело. Мало хорошо знать математику, необходимо в совершенстве владеть компьютером. И в то же время это очень интересно. Открываешь для себя много нового и начинаешь думать: как раньше я могла без этого обходиться?

Приведу пример. Изучали мы тему «Графики тригонометрических функций, их преобразования» (10-й класс). В Microsoft Excel я построила график функции $y = \sin x$ и составила программу построения графика функции $y = A\sin(Bx + C) + D$. Изменяя значения коэффициентов, ученики могли не только получить новый график, но и сравнить его с графиком функции $y = \sin x$.

Учащиеся должны были по очереди сначала проговаривать друг другу способ преобразования графика и тут же проверять правильность ответа на экране компьютера, вводя заданные коэффициенты. Результат фиксировался в карточке *(см. карточку № 1)*.

Игровое задание № 8 каждый ученик должен был выполнить в тетради, а затем проверить правильность построения на компьютере. Выполнение первых семи заданий, своевременная их проверка позволила учащимся выполнить задание № 8 с двумя незначительными ошибками, которые, кстати, тут же были устранены. Половина группы успела выполнить дополнительное задание.

Повторяя тему «Преобразование графиков функций» в 11-м классе, я усложнила ученикам задачу.

Один из учащихся получил задание подготовить презентацию по данной теме. Выступление его заслушивалось в начале урока (изображение с помощью проектора демонстрировалось на экране). Затем учащиеся получили карточки с заданиями, но, в отличие от прошлого года, им необходимо было уже самим составлять программу построения графика функции. Здесь же мы коснулись и вопроса сложения графиков функций *(см. карточку № 2)*.

Карточка № 1

№	Фамилия, имя:	+/–	Фамилия, имя:	+/–
1	$y = \sin x + 2$		$y = \sin x - 1$	
2	$y = \pi \sin x$		$y = \frac{1}{3}\sin x$	
3	$y = \sin\frac{1}{2}x$		$y = \sin 2x$	
4	$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$		$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$	
5	$y = -2\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$		$y = \frac{1}{2}\sin 3x$	
6	$y = \frac{1}{4}\sin 2(x - \pi)$		$y = \pi\sin\frac{1}{2}\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$	
7	$y = \frac{1}{2}\sin(3x + \pi) + 3$		$y = -4\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{8}\right) - \frac{1}{2}$	
	Оценка		***Оценка***	
8	$y = 3\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}\right) - 1$		$y = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$	
	Оценка		***Оценка***	
	Дополнительные задания			
9	$y = \left\lvert 3\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{2}\right) - 1 \right\rvert$		$y = \left\lvert 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + 1 \right\rvert$	
10	$y = 3\sin\left(\frac{1}{2}\lvert x \rvert + \frac{\pi}{2}\right) - 1$		$y = 2\sin\left(2\lvert x \rvert - \frac{\pi}{2}\right) + 1$	
	Оценка		***Оценка***	

Карточка № 2

№	Фамилия, имя:	+/−	Фамилия, имя:	+/−
1	$y=\pi\sin x+2$		$y=\frac{1}{3}\sin x-1$	
2	$y=\sin\frac{1}{2}x$		$y=\sin 2x$	
3	$y=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$		$y=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$	
4	$y=-2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$		$y=\frac{1}{2}\sin 3x$	
5	$y=\frac{1}{4}\sin 2(x-\pi)$		$y=\pi\sin\frac{1}{3}\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$	
6	$y=4\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)-\frac{1}{2}$		$y=-\frac{1}{2}\sin\left(\frac{1}{3}x+\frac{\pi}{6}\right)+3$	
	Оценка		***Оценка***	
7	$y=-5\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)+2$		$y=2\sin\left(\frac{1}{3}x-\frac{\pi}{3}\right)+3$	
	Оценка		***Оценка***	
8	$y=2\sin\left(\frac{1}{3}x+\frac{\pi}{2}\right)+3\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$			
9	$y=5\sin(2x+\pi)+2\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$		$y=-\sin\left(3x+\frac{\pi}{2}\right)+4\cos(3x+\pi)$	
	Оценка		***Оценка***	
10	$y=\left\lvert -5\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)+2\right\rvert$		$y=\left\lvert 2\sin\left(\frac{1}{3}x-\frac{\pi}{3}\right)+3\right\rvert$	
11	$y=-5\sin\left(\frac{1}{2}\lvert x\rvert+\frac{\pi}{3}\right)+2$		$y=2\sin\left(\frac{1}{2}\lvert x\rvert-\frac{\pi}{3}\right)+3$	
	Оценка		***Оценка***	

Выполнение учениками задания по составлению программы я использовала также и при проведении ряда обобщающих уроков по теме «Функции». Например, на одном из уроков ученикам было предложено построить график функции $y=x+\frac{1}{x}$. Работали три группы (с демонстрацией результатов у доски), каждая из которых должна была построить предложенный график одним из следующих способов:

1) исследуя функцию;
2) используя «правило сложения» графиков;
3) используя компьютер (с помощью составления программы в Microsoft Excel).

Затем результаты сравнили, провели обсуждение преимуществ и недостатков каждого метода и решили, в каком случае лучше применять каждый из них.

Далее предлагался набор функций, графики которых необходимо было построить (способ построения ученики выбирали сами).

1. $y=x+3^{|x|}$. **2.** $y=x+\sin x$.
3. $y=|x|+\sin x$. **4.** $y=|x+1|+|x-1|$.
5. $y=\sin x+\sin 2x$.

Стоит заметить, что проведение подобных уроков требует достаточной подготовленности учителя. При необходимости их можно проводить совместно с учителем информатики — взаимодействие двух учителей дает очень хороший результат. Возможна также корректировка программы по информатике с учетом запросов учителей, осуществляющих обучение с использованием информационных технологий, что и происходит в гимназии «Дмитров».

Е. КАРМАКОВА, Н. РЫБАКОВА, В. ХОВРИНА,
Москва

Тригонометрическая регата

Правила проведения математической регаты

В математической регате участвуют команды учащихся одной параллели из разных школ. В составе каждой команды — 4 человека. Школа может быть представлена несколькими командами. Названием команды является номер школы с добавленным к нему буквенным индексом А или Б.

Соревнование проводится в четыре тура (для учащихся 7–8-х классов) или в пять туров (для учащихся 9–11-х классов). Каждый тур представляет собой коллективное письменное решение трех задач. Любая задача оформляется и сдается в жюри на отдельном листе, причем каждая команда имеет право сдать только по одному варианту решения каждой из задач. Эти листы каждая команда заготавливает заранее; на каждом из них сверху крупно написано название команды, а ниже — номер задачи и ее решение. Условия задач на этот лист не переписываются.

Проведением регаты руководит координатор. Он организует раздачу заданий и сбор листов с решениями; проводит разбор решений задач и обеспечивает своевременное появление информации об итогах проверки.

Время, отведенное командам для решения, и «стоимость» задач каждого тура в баллах указаны на листах с условиями задач, которые каждая команда получает непосредственно перед началом тура.

Проверка решений осуществляется жюри после окончания тура. Жюри состоит из трех комиссий, специализирующихся на проверке задач 1–3 каждого тура соответственно.

Пока жюри проверяет работы, координатор осуществляет для учащихся разбор решений задач, после чего школьники получают информацию об итогах проверки. После объявления итогов тура команды, несогласные с тем, как оценены их решения, имеют право подать заявку на апелляцию. В случае появления такой заявки комиссия, проверявшая решение, осуществляет повторную проверку, после чего может изменить свою оценку. Если оценка не изменена, то сам процесс апелляции эта же комиссия осуществляет после окончания всех туров регаты, но до окончательного подведения итогов. В результате апелляции оценка решения может быть как повышена, так и понижена или же оставлена без изменения. В спорных случаях окончательное решение об итогах проверки принимает председатель жюри.

Команды-победители и призеры регаты определяются по сумме баллов, набранных каждой командой во всех турах. Участники этих команд награждаются математической литературой. Процедура награждения происходит сразу после подведения окончательных итогов регаты.

Приведенные правила дают основное представление о том, как проходит регата. Имеет смысл добавить, что все команды и жюри находятся в одном помещении, как правило, в актовом зале школы. Столы в этом помещении расставляются так, чтобы каждая команда сидела за отдельным столом и учащиеся могли вести обсуждение, не мешая другим командам. Рассадка команд производится в соответствии с заранее заготовленными и расставленными на столах табличками с названиями команд, причем столы команд из одной школы не располагаются рядом. Члены жюри размещаются компактно (на некотором расстоянии от столов школьников), но для работы каждой из трех комиссий выделено по отдельному столу. Необходимо также предусмотреть наличие двух классных досок: одну — для разбора решений задач, другую — для записи результатов проверки.

В состав комиссий жюри обычно входят преподаватели участвующих школ, выпускники этих школ — студенты математических факультетов вузов. В каждую комиссию входят 3–5 человек, в зависимости от количества участников регаты. Председателем жюри по предварительной договоренности является один из его авторитетных членов.

Обязанности координатора регаты берет на себя один из преподавателей, принимавших активное участие в подготовке задач. Наиболее ответственная часть его работы — подробный разбор решений задач для школьников (в некоторых случаях разбирается несколько возможных способов решения), который проводится после каждого тура и занимает около 10–15 минут. Этого времени обычно хватает комиссиям жюри, чтобы завершить проверку работ. По окончании разбора задач и по мере завершения проверки результаты команд по каждой из задач тура вносятся в протоколы и переносятся на доску для всеобщего обозрения. После появления на доске результатов проверки какой-либо из задач тура координатор просит команды, не согласные с оценкой их работы, заявить об этом (поднятием таблички с названием). Эти апелляции первоначально рассматриваются комиссиями жюри без участия школьников, поскольку те в это время уже решают задачи следующего тура. Иногда какие-то из оценок изменяются на этом этапе, чаще этого не происходит, но за командами остается право на личную апелляцию, которую по каждой из задач может осуществлять только один из представителей команды.

Для облегчения работы координатора и жюри тексты решений всех задач готовятся заранее. Каждая комиссия жюри получает несколько экземпляров решений «своих» задач непосредственно перед началом первого тура регаты. Полные тексты решений находятся только у координатора регаты. В его обязанности также входит: фиксировать время на проведение каждого тура (он объявляет о начале и окончании каждого тура, кроме того, предупреждает команды за две минуты до его окончания); отвечать на вопросы учащихся по тексту задач; взаимодействовать с жюри. На практике, особенно при большом количестве участвующих команд, два-три человека помогают координатору — разносят тексты заданий и собирают решения учеников. Один из этих ассистентов (освобожденный от работы в жюри) переносит все результаты проверки в сводный протокол и на доску, а также ведет подсчеты (суммы баллов, набранные каждой командой по итогам тура и по итогам регаты).

После того как рассмотрены все апелляции и внесены изменения в протоколы, происходит награждение команд-победителей. По сложившейся традиции члены каждой команды (в порядке занятых мест) подходят к столу с математической литературой и каждый школьник выбирает себе приз. Количество награждаемых команд (от трех до шести) составляет,

Задачи тригонометрической регаты

1-й тур. Тригонометрические выражения (15 минут)

1.1. Упростите выражение: $\dfrac{2\cos 40^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$.

1.2. Известно, что $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = p$, $\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta = q$. Найдите $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$.

1.3. Найдите сумму: $S = \cos\dfrac{2\pi}{7} + \cos\dfrac{4\pi}{7} + \cos\dfrac{6\pi}{7}$.

2-й тур. Тригонометрические уравнения (20 минут)

2.1. Решите уравнение $\arcsin 2x + \arcsin x = \dfrac{\pi}{3}$.

2.2. Решите уравнение $|x-2|\sin x = \left|\dfrac{x}{2}\right|\sin x|$.

2.3. Среди корней уравнения $\dfrac{\cos 2\pi x}{1+\operatorname{tg}\pi x} = 0$ найдите тот, который имеет наименьшее расстояние от числа $\sqrt{13}$ на числовой прямой.

3-й тур. Тригонометрические функции (20 минут)

3.1. При каких значениях параметра a неравенство $5\sin x - 12\cos x \le a + 1$ не имеет решений.

3.2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y(x) = 9\sin^2 x + 6\cos x$.

3.3. Определите знак числа $\sin 10 + \cos 11$.

Ответы и решения задач

1.1. $\sqrt{3}$.

Применим метод выравнивания коэффициентов в числителе, группируем, разность преобразуем в произведение и получим:

$$\frac{2\cos 40^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{\cos 40^\circ + (\cos 40^\circ - \cos 20^\circ)}{\sin 20^\circ} =$$

$$= \frac{\cos(90^\circ - 50^\circ) - 2\sin 10^\circ \sin 30^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{\sin 50^\circ - \sin 10^\circ}{\sin 20^\circ} =$$

$$= \frac{2\sin 20^\circ \cos 30^\circ}{\sin 20^\circ} = 2\cos 30^\circ = \sqrt{3}.$$

1.2. При $p = q = 0$ $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = 0$;
при $p \ne 0$, $q \ne 0$ и $p \ne q$ $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \dfrac{pq}{q-p}$;
при $p \ne 0$, $q \ne 0$ и $p = q$ $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$ не определен.

Если $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$ определен, то

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} = \frac{p}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

и

$$q = \operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg} b} = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} = \frac{p}{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}.$$

Если $p = q = 0$, то $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = 0$, откуда $\operatorname{tg}\alpha = -\operatorname{tg}\beta$, $1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta = 1 + \operatorname{tg}^2\alpha > 0$ и знаменатель не обращается в ноль.

Если $p \ne 0$ и $q \ne 0$, то $\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta = \dfrac{p}{q}$, тогда

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{p}{1 - \frac{p}{q}}, \text{ то есть } \operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{pq}{q-p}.$$

Если $p \ne 0$, $q \ne 0$ и $p = q$, то $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$ не определен.

1.3. $-\dfrac{1}{2}$.

Домножим и разделим данное выражение на $2\sin\dfrac{\pi}{7}$. Получим:

$$S = \frac{2\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{2\pi}{7} + 2\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{4\pi}{7} + 2\sin\frac{\pi}{7}\cos\frac{6\pi}{7}}{2\sin\frac{\pi}{7}} =$$

$$= \frac{\left(\sin\frac{3\pi}{7} - \sin\frac{\pi}{7}\right) + \left(\sin\frac{5\pi}{7} - \sin\frac{3\pi}{7}\right) + \left(\sin\pi - \sin\frac{5\pi}{7}\right)}{2\sin\frac{\pi}{7}} =$$

$$= -\frac{\sin\frac{\pi}{7}}{2\sin\frac{\pi}{7}} = -\frac{1}{2}.$$

2.1. $\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{3}{7}}$.

Возьмем косинус от обеих частей уравнения: $\cos(\arcsin 2x + \arcsin x) = \cos\dfrac{\pi}{3}$. Полученное уравнение является следствием исходного. Решив его, выполним проверку. Применим формулу косинуса суммы:

$$\cos(\arcsin 2x)\cdot\cos(\arcsin x)-$$

$$-\sin(\arcsin 2x)\cdot\sin(\arcsin x)=\frac{1}{2}.$$

Тогда $\sqrt{1-4x^2}\cdot\sqrt{1-x^2}-2x\cdot x=\frac{1}{2}$, откуда

$$7x^2=\frac{3}{4},\quad x=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}\ \text{ и }\ x=-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}.$$

Проверка. Пусть $\arcsin 2x_1+\arcsin x_1=\alpha$, тогда

$$\cos(\arcsin 2x_1+\arcsin x_1)=\cos\alpha,\quad \cos\alpha=\frac{1}{2}.$$

Убедимся, что $\alpha=\frac{\pi}{3}$. Поскольку $0<\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}<\frac{\sqrt{2}}{2}$, то

$$\arcsin 0<\arcsin\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}<\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}$$

и

$$\arcsin 0<\arcsin\sqrt{\frac{3}{7}}<\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}$$

в силу монотонного возрастания функции $y=\arcsin t$ на своей области определения. Тогда получим, что

$$0<\arcsin\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}+\arcsin\sqrt{\frac{3}{7}}<\frac{\pi}{2},$$

то есть

$$0<\alpha<\frac{\pi}{2}\ \text{ и }\ \cos\alpha=\frac{1}{2}.$$

Значит, $\alpha=\frac{\pi}{3}$ и $x=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}$ — корень. Рассуждая аналогично, получим, что второй корень посторонний.

2.2. $\frac{4}{3}$, $x=\pi n,\ n\in\boldsymbol{Z}$.

Очевидно, что $x=\pi n,\ n\in\boldsymbol{Z}$ — решение уравнения. Пусть теперь $x\ne\pi n,\ n\in\boldsymbol{Z}$. Если $\sin x<0$, то $\begin{cases}\sin x<0,\\ |x-2|=-\frac{x}{2}.\end{cases}$

Далее, очевидно, что $x<0$, откуда получаем систему $\begin{cases}\sin x<0,\\ x-2=\frac{x}{2}.\end{cases}$ При $x<0$ система не имеет решений. Если $\sin x>0$, то

$$\begin{cases}\sin x>0,\\ |x-2|=\frac{x}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sin x>0,\\ x\ge 2,\\ x-2=\frac{x}{2}\end{cases}\ \text{или}\ \begin{cases}\sin x>0,\\ 0<x<2,\\ x-2=-\frac{x}{2}.\end{cases}$$

Из первой системы получаем $x=4$. Но $\sin 4<0$, следовательно, это значение не подходит. Из второй системы получаем, что $x=\frac{4}{3}$.

2.3. $\frac{13}{4}$.

Данное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases}\cos 2\pi x=0,\\ 1+\operatorname{tg}\pi x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\pi x=\frac{\pi}{2}+\pi k,\\ \pi x\ne-\frac{\pi}{4}+\pi n,\ k,n\in\boldsymbol{Z}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{4}+\frac{k}{2},\\ x\ne-\frac{1}{4}+n\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1}{4}+l,\ l\in\boldsymbol{Z}.$$

Также верны неравенства

$$\frac{1}{4}+3=\frac{13}{4}<\sqrt{13}<\frac{1}{4}+4=\frac{17}{4}.$$

Сравним числа $\sqrt{13}-\frac{13}{4}$ и $\frac{17}{4}-\sqrt{13}$:

$$\sqrt{13}-\frac{13}{4}\vee\frac{17}{4}-\sqrt{13},$$

$$2\sqrt{13}\vee\frac{15}{2},\quad 4\sqrt{13}\vee 15,\quad 208\vee 225.$$

Таким образом, к числу $\sqrt{13}$ ближе число $\frac{13}{4}$.

3.1. $a<-14$.

Преобразуем неравенство: $\frac{5}{13}\sin x-\frac{12}{13}\cos x\le\frac{a+1}{13}$, то есть $\sin(x-\varphi)\le\frac{a+1}{13}$. Неравенство не имеет решений, если $\frac{a+1}{13}<-1$, то есть при $a<-14$.

3.2. 10 и -6.

$$y(x)=9-9\cos^2 x+6\cos x=10-(3\cos x-1)^2.$$

Так как $-1\le\cos x\le 1$, то наибольшее значение $y=10$ функция принимает при $\cos x=\frac{1}{3}$, а наименьшее — при $\cos x=-1$.

3.3. Так как $3{,}141<\pi<3{,}142$, то

$$0<\frac{7\pi}{2}-10<4\pi-11<\frac{\pi}{2}.$$

Учитывая, что $f(x)=\cos x$ убывает при $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, получим неравенство $\cos\left(\frac{7\pi}{2}-10\right)>\cos(4\pi-11)$.

Воспользовавшись формулами приведения, получим, что $\sin 10>\cos 11$, то есть $\sin 10+\cos 11<0$.

Шеф-редактор С. Островский
Главный редактор Л. Рослова
Ответственный секретарь Т. Черкавская
Редакторы П. Камаев, И. Бокова, В. Бусев
Корректор Л. Громова
Компьютерная верстка: С. Сухарев

Учредитель ООО «Чистые пруды»
Газета «Математика» выходит 2 раза в месяц
Цена свободная

Адрес редакции и издателя: ул. Киевская, д. 24, Москва 121165.
Тел./Факс: (499)249 3138
Отдел рекламы: (499)249 9870
Редакция газеты «Математика»: **тел.:** (499)249 3460
E-mail: mat@1september.ru
WWW:http://mat.1september.ru